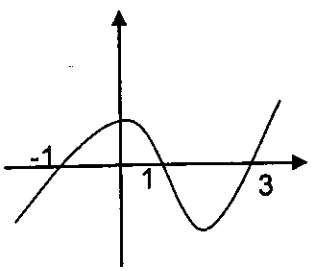
دبیرستان شهید بهشتی ساری – متوسطه دوم **نوبت اول**-دی ماه ۱۴۰۱		وقت آزمون: ۹۰ دقیقه	محل مهر آموزشگاه
نام و نام خانوادگی:		ساعت برگزاری: ۸/۳۰ صبح	
پایه تحصیلی: **یازدهم** رشته : **ریاضی**		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	
سئوالات درس: **حسابان ۱**		تعداد سئوال: ۱۴	تعداد صفحات : ۲

ردیف	شرح سوالات	بارم
۱	**درستی و نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.** الف) اگر نقاط $A(2,-2)$ و $B(6,4)$ دو سر قطرهای یک دایره باشند آنگاه نقطهٔ $C(7,3)$ روی محیط دایره قرار دارد. ب) اگر α و β جواب های معادله $x^2-3x+1=0$ باشند ، آنگاه $\alpha^2\beta+\beta^2\alpha=3$ است . پ) برای هر عدد طبیعی n اتحاد $x^n+1=(x+1)(x^{n-1}-x^{n-2}+x^{n-3}-\cdots+1)$ برقرار است. ت) برای هر مقدار حقیقی r ، حد مجموع جملات دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول a_1 و قدرنسبت r برابر است با: $S_\infty=\frac{a_1}{1-r}$ ث) حاصل $\lfloor\sqrt{2}-\sqrt{3}\rfloor+[0/4]^2=1$. ([ ] علامت جزء صحیح است .)	۲/۵
۲	**جاهای خالی را پر کنید.** الف) قرینهٔ نقطه $A(1,2)$ نسبت به نقطهٔ $M(-1,4)$ برابر است با (..... , ...) A' . ب) معادلهٔ درجه دومی که ریشه های آن $1-\sqrt{2}$ و $1+\sqrt{2}$ باشد برابر است با ..... . پ) دامنهٔ تابع $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{2x^2-5x+3}$ برابر است با ..... . ت) اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x)=x+\sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(12)$ برابر است با	۲
۳	**مثلث ABC با رئوس $A(3,0),B(-5,1),C(7,6)$ را در نظر بگیرید.** الف) محیط مثلث ABC را به دست آورید. ب) معادلهٔ عمود منصف وارد بر ضلع AB را بنویسید. پ) طول ارتفاع AH و مساحت مثلث ABC را بیابید.	۱/۵
۴	برای محافظت از تابش خطرناک مواد رادیواکتیویته، لایه های محافظی وجود دارد که شدّت تابش پرتوها پس از عبور از هر یک از آنها نصف می شود. حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدّت تابش مواد خطرناک دستِ کم تا ۹۷ درصد کاهش یابد؟	۱
۵	مختصات مرکز دایره ای $O(2,-1)$ است. اگر خط $3x-4y+m=0$ بر این دایره مماس و مساحت دایره $\frac{\pi}{25}$ باشد مجموع مقادیر m را بیابید.	۱
۶	**معادلات زیر را حل کنید.** الف) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+2\left(x+\frac{1}{x}\right)=8$ ب) $2+\sqrt{2x^2-5x+2}=x$ پ) $2[x]+[1-x]=2$	۱/۵
۷	**نامعادله زیر را حل کنید.**(با تعیین علامت قدرمطلق ها) $\lvert x-1\rvert-\lvert x+3\rvert<2$	۱

lms.bamdadedu.com

ردیف	شرح سوالات	بارم
۸	یک ماهیگیر می خواهد در کنار رودخانه محوطه ای مستطیل شکل را فنس کشی کند. او هزینهٔ تنها ۱۰۰ متر فنس کشی را در اختیار دارد. ابعاد مستطیل را طوری تعیین کنید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن گردد.	۱
۹	نمودار توابع زیر را رسم کنید.(به روش دلخواه) الف) $f(x)=3-\sqrt{x+1}$ ب) $y=x-[x]$; $D_g=[-2,2]$ ت) $y=\lvert x-1\rvert-\lvert x+2\rvert$	۳
۱۰	نمودار تابع f بصورت مقابل است . دامنه تابع $y=\sqrt{(4-x^2)\,f(x)}$ را به دست آورید. 	۱
۱۱	a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x)=\begin{cases}x^2+a, & x\geq 1\\ 2x+3, & x<1\end{cases}$ یک به‌یک باشد.	۱
۱۲	در تابع $f(x)=\lvert x^2-3x\rvert+x$ اگر $1<x<2$ باشد، ضابطهٔ وارون تابع را بدست آورید.	۱/۵
۱۳	اگر β و α ریشه های معادلهٔ $x^2-x-1=0$ باشند. معادلهٔ درجه دومی را بنویسید که دارای ریشه های $\frac{2\alpha}{\alpha+1}$ و $\frac{2\beta}{\beta+1}$ باشد.	۱
۱۴	مقدار k را چنان بیابید که دو تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-16}{x-4}, & x\neq 4\\ 2k+6, & x=4\end{cases}$ و $g(x)=x+4$ با هم برابر باشند.	۱
	* سربلند و سلامت باشید *	۲۰ جمع نمرات

lms.bamdadedu.com

پاسخ تشریحی حسابان ۱ - شهید بهشتی - ساری تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ احسان نقی زاده

سوال ۱) الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست ه) نادرست

سوال ۲) الف) $(-\frac{3}{2}, 6)$ ب) $x^2 - 2x - 1 = 0$ ج) $(-\frac{3}{2}) - (1, +\infty) = \varnothing$

سوال ۳) الف)

$$AB = \sqrt{(3+5)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$$

$$AC = \sqrt{(3-7)^2 + (5-6)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}$$

$$BC = \sqrt{(-5-7)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{144+25} = 13$$

محیط مثلث ABC $= \sqrt{65} + \sqrt{52} + 13$

ب) $m_{AB} = \frac{1-5}{-5-3} = \frac{1}{-8} \rightarrow m_{\text{عمودمنصف}} = 8 \Rightarrow CH: y = 8x + b$

$C(7,6) \rightarrow 6 = 7 \times 8 + b \Rightarrow b = 6 - 56 = -50 \Rightarrow CH: y = 8x - 50$

ج) $m_{BC} = \frac{1-6}{-5-7} = \frac{-5}{-12} = \frac{5}{12}$

$$y_{BC} = \frac{5}{12}x + b \xrightarrow{C(7,6)} \frac{35}{12} + b = 6 \Rightarrow b = \frac{37}{12}$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{12}x + \frac{37}{12} \rightarrow AH = \frac{\left|3 \times (\frac{-5}{12}) + 0 \times 1 - \frac{37}{12}\right|}{\sqrt{1 + \frac{25}{144}}} = 4$$

$$BC = \sqrt{(-5-7)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{144+25} = 13$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 13 \times 4 = 2 \times 13 = 26$$

سوال ۴) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots \rightarrow S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{\frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{2^n})}{1 - \frac{1}{2}} = (1 - \frac{1}{2^n})$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{2^n} \geq \frac{97}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} \leq \frac{3}{100} \Rightarrow 2^n \geq \frac{100}{3} \simeq 33.3$$

$$\Rightarrow n = 6$$

lms.bamdadedu.com

Scanned with CamScanner

سوال ۵

$$R=\frac{|۲\times ۳-۱\times(-۴)+m|}{\sqrt{۳^۲+(-۴)^۲}}=\frac{|m+۶+۴|}{\sqrt{۹+۱۶}}=\frac{|m+۱۰|}{\sqrt{۲۵}}=\frac{|m+۱۰|}{۵}$$

$$\Rightarrow S=\frac{\pi}{۲۵}=\pi R^۲ \Rightarrow R^۲=\frac{۱}{۲۵} \Rightarrow R=\frac{۱}{۵}=\frac{|m+۱۰|}{۵} \Rightarrow |m+۱۰|=۱$$

$$\Rightarrow m+۱۰=\pm ۱ \Rightarrow \begin{cases} m+۱۰=۱ \Rightarrow m=۱-۱۰=-۹ \\ m+۱۰=-۱ \Rightarrow m=-۱-۱۰=-۱۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مقادیر } m=-۹+(-۱۱)=-۲۰$$

سوال ۶

الف) $x+\frac{۱}{x}=t \Rightarrow t^۲+۲t-۸=۰ \rightarrow (t-۲)(t+۴)=۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=۲ \Rightarrow x+\frac{۱}{x}=۲ \rightarrow x^۲+۱=۲x \rightarrow x^۲-۲x+۱=۰ \rightarrow \Delta=۰ \\ x=\frac{۲\pm ۰}{۲}=۱ \\ t=-۴ \Rightarrow x+\frac{۱}{x}=-۴ \rightarrow x^۲+۱=-۴x \rightarrow x^۲+۴x+۱=۰ \rightarrow (x+۲)^۲=۰ \\ \Rightarrow x=-۲ \end{cases}$$

ب) $۲+\sqrt{۲x^۲-۵x+۲}=x \Rightarrow x-۲=\sqrt{۲x^۲-۵x+۲}$ ← توان ۲ می‌رسانیم

$$x^۲-۴x+۴=۲x^۲-۵x+۲ \Rightarrow x^۲-x-۲=۰ \rightarrow (x+۱)(x-۲)=۰$$

$\begin{cases} x=-۱ \text{ ق ق} \\ x=۲ \text{ ق} \end{cases}$

ج) $۲[x]+(-x)+۱=۲ \Rightarrow ۲[x]+[-x]=۱ \Rightarrow [x]+[x]+[-x]=۱$

$\begin{cases} ۱) x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x=۱ \quad \checkmark \\ ۲) x\notin\mathbb{Z} \Rightarrow [x]-۱=۱ \Rightarrow [x]=۲ \rightarrow ۲<x<۳ \end{cases}$

lms.bamdadedu.com

Scanned with CamScanner

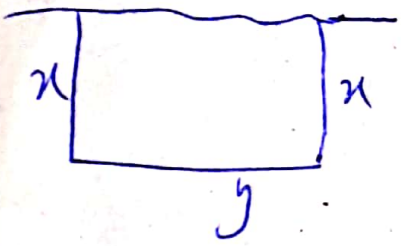
سؤال ۷

$|x-1| + -|x+3| < 2$

$\begin{cases} x < -3 \rightarrow -x+1+x+3 < 2 \Rightarrow 4 < 2 = \varnothing \\ -3 \le x < 1 \rightarrow -x+1-x-3 < 2 \Rightarrow -2x-2 < 2 \rightarrow -2x < 4 \rightarrow x > -2 \\ \qquad \Rightarrow (-2, 1) \checkmark \\ x \ge 1 \rightarrow x-1-x-3 < 2 \Rightarrow -2x-4 < 2 \rightarrow -2x < 6 \Rightarrow x > -3 \\ \qquad \Rightarrow [1, +\infty) \checkmark \end{cases}$

$\Rightarrow (-2, +\infty)$

سؤال ۸



$\rightarrow 2x + y = 100 \rightarrow y = -2x + 100$

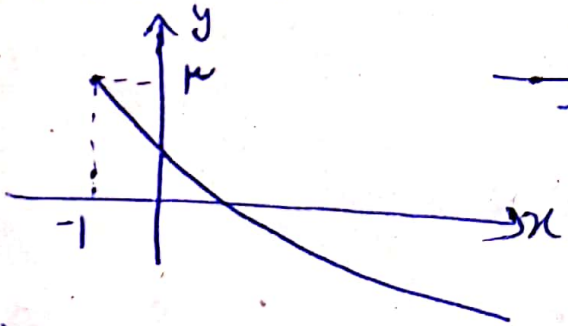
$S = xy = x(-2x+100) = -2x^2 + 100x$

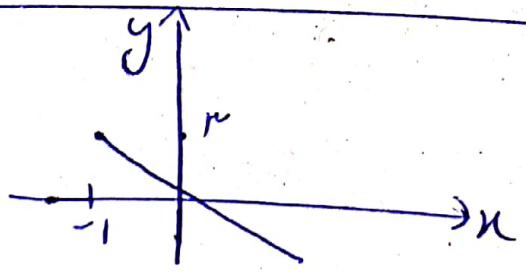
$\rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-2)} = \frac{-100}{-4} = 25$

$\Rightarrow y = -2 \times 25 + 100 = 50$

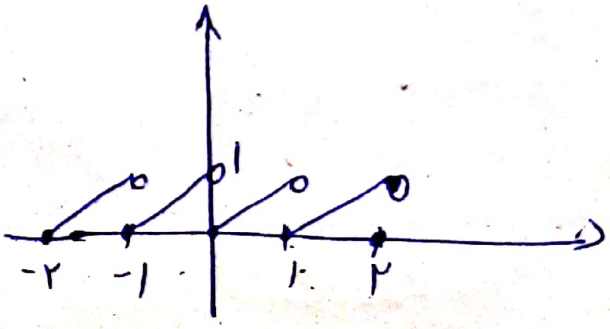
سؤال ۹

الف) $f(x) = -\sqrt{x+1} + 2$

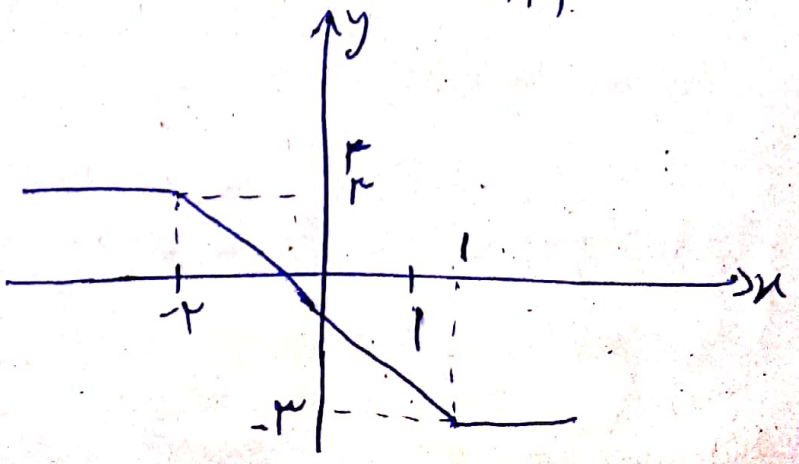




ب) $y = x - [x]$



ج) $y = |x-1| - |x+2|$



lms.bamdadedu.com
Scanned with CamScanner

سوال ۱۰

$y=\sqrt{(4-x^2)f(x)} \longrightarrow D_y:(4-x^2)f(x)\geq 0$

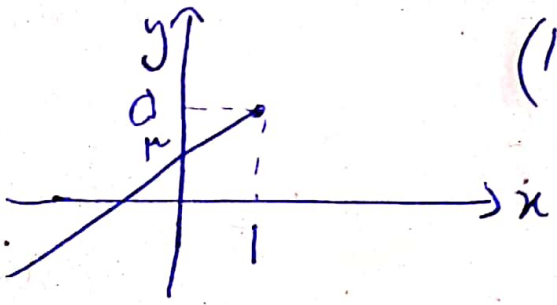
$\begin{cases} 4-x^2=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \\ f(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=1 \\ x=3 \end{cases} \end{cases}$

	-2		-1		1		2		3
$4-x^2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	$-$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$
$(4-x^2)f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
			۲		۲		۲		

$\Rightarrow D=(-\infty,-2]\cup[-1,1]\cup[2,3]$

سوال ۱۱

$f(x)=\begin{cases} x^2+a, & x\geq 1 \\ 2x+3, & x<1 \end{cases}$



$a+1\geq 0 \Rightarrow a\geq -1$

سوال ۱۲

$f(x)=\underbrace{|x^2-2x|}_{(-)^2}+x = -x^2+2x+x=-x^2+3x$

$y=-(x^2-2x+1-1)=-(x-1)^2+1 \Rightarrow y-1=-(x-1)^2$

$\Rightarrow 1-y=(x-1)^2 \Rightarrow x-1=\pm\sqrt{1-y} \Rightarrow x=\pm\sqrt{1-y}+1$

$\Rightarrow x=-\sqrt{1-y}+1 \Rightarrow f^{-1}(x)=-\sqrt{-x+1}+1$

سوال ۱۳

$\begin{cases} \alpha+\beta=\frac{+1}{1}=1 \\ \alpha\beta=-1 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x_1=\frac{2\alpha}{\alpha+1} \\ x_2=\frac{2\beta}{\beta+1} \end{cases} \Rightarrow x_1+x_2=\frac{2\alpha}{\alpha+1}+\frac{2\beta}{\beta+1}$

$\Rightarrow S=\frac{2\alpha\beta+2\alpha+2\beta+2\alpha\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}=\frac{-4+2}{1}=-2$

$x_1x_2=\frac{2\alpha\beta}{(\alpha+1)(\beta+1)}=\frac{-2}{1}=-2$

$x^2+2x-2=0$

lms.bamdadedu.com
Scanned with CamScanner

سوال ۱۴)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-16}{x-4} & , x\neq 4\\ 2k+6 & , x=4\end{cases} \qquad g(x)=x+4$$

$$g(4)=4+4=8=2k+6 \Rightarrow 2k=2 \Rightarrow \boxed{k=1}$$

lms.bamdadedu.com

Scanned with CamScanner