نام و نام خانوادگی :
کلاس:
نام طراح:
سال تحصیلی :۱۴۰۱-۰۲

بسمه تعالی
اداره کل آموزش و پرورش استان کرمان
اداره آموزش و پرورش سیرجان
آموزشگاه فرزانگان متوسطه دوم

نوبت دی ماه حسابان ۱
پایه یازدهم رشته ریاضی
مدت زمان امتحان : ۱۱۰ دقیقه

1/5	در یک دنباله حسابی جمله عمومی به صورت $a_n = 1.5n - 5$ می باشد. مجموع بیست جمله اول این دنباله را حساب کنید.	1
1/5	حاصل عبارت زیر را به ازای $t = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ بیابید. $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \cdots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$	2
1/5	اگر α و β جواب های معادله $2x^2 - 6x - 1 = 0$ باشند حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\alpha\beta^3 + \beta\alpha^3$	3
1/5	منحنی $y = (2x + 1)(x + 8)$ با خطوط با $y = m$ هیچ نقطه مشترکی ندارد . حدود m را بیابید.	4
1/5	معادله زیر را به دو روش جبری و هندسی حل کنید. $1 - \lvert x \rvert = x^2 - x$	5

ص ۱

lms.bamdadedu.com

3	الف) $\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-5}=1$ ب) $2\|x-1\|+\|x+2\|=4$	6 معادله های زیر را حل کنید.
1	$[\sqrt[3]{3}]+[\sqrt[3]{4}]+\cdots+[\sqrt[3]{63}]$	7 حاصل عبارت زیر را حساب کنید.
1/5	$2x-y=5$ $4x=2y-7$	8 دو خط زیر بر یک دایره مماس هستند . مساحت این دایره را به دست آورید.
1/5		9 ضابطه وارون تابع $y=\sqrt{x+4}-3$ را بیابید.

lms.bamdadedu.com

3	نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $y = \left\|\frac{2x+2}{x-1}\right\|$ ب) $y = -\sqrt{3-x}+2$ پ) $y = x[x]\ ,\ [-2,2)$	10
1/5	در تابع با ضابطه $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ مقدار $f^{-1}(4)$ را به دست آورید.	11
1	مقدار a,b,c,d را طوری بیابید که دو تابع زیر برابر باشند. $f(x) = \frac{3}{x-2}$ ، $g(x) = \frac{ax-6}{bx^2+cx+d}$	12

موفق باشید

lms.bamdadedu.com

سئوال ۱)

$a_n = 1,5n - 5 \longrightarrow a_1 = 1,5 - 5 = -3,5$

$\Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}[a_1 + a_n] = 10[-3,5 + 1,5(20) - 5] = 10[-8,5 + 30] = 215$

سئوال ۲)

$$\frac{t^8 - t^7 + t^6 - t^5 + t^4 - t^3 + t^2 - t + 1}{t^6 - t^3 + 1} = \frac{t^7(t-1) - t^5(t-1) + t(t-1) + t^6 - t^3 + 1}{t^6 - t^3 + 1}$$

$$= \frac{(t-1)(t^7 - t^5 + t) + t^6 - t^3 + 1}{t^6 - t^3 + 1} = \frac{t(t-1)(t^6 - t^3 + 1) + t^6 - t^3 + 1}{t^6 - t^3 + 1}$$

$$= \frac{(t^6 - t^3 + 1)(t^2 - t + 1)}{t^6 - t^3 + 1} = t^2 - t + 1 = \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right) + 1$$

$$= \frac{1 + 2\sqrt{17} + 17}{4} - \frac{1+\sqrt{17}}{2} + 1 = \frac{20}{4} = 5$$

سئوال ۳)

$2x^2 - 4x - 1 = 0 \longrightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-4)}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2}$

$\alpha\beta^3 + \beta\alpha^3 = \alpha\beta(\beta^2 + \alpha^2) = \alpha\beta\left((\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta\right) = -\frac{1}{2}\left(2^2 - 2\left(\frac{-1}{2}\right)\right) = -\frac{1}{2}(4+1) = -\frac{5}{2}$

سئوال ۴)

$y = (2x+1)(x+8)$, $y = m \Rightarrow (2x+1)(x+8) = m$

$\Rightarrow 2x^2 + 16x + x + 8 = m$

$\Rightarrow 2x^2 + 17x + 8 - m = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} 17^2 - 4(2)(8-m) < 0$

$\Rightarrow 289 - 64 + 8m < 0 \Rightarrow 225 < -8m \Rightarrow m < \frac{-225}{8}$

lms.bamdadedu.com

Scanned with CamScanner

سؤال ۵) الف) جبری

$1-|x| = x^2 - x \longrightarrow -|x| = x^2 - x - 1$

$\Rightarrow |x| = -x^2 + x + 1 \rightarrow \begin{cases} x > 0 \rightarrow x = -x^2 + x + 1 & ① \\ x < 0 \rightarrow -x = -x^2 + x + 1 & ② \end{cases}$

$\Rightarrow ① \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x>0} \boxed{x = 1}$

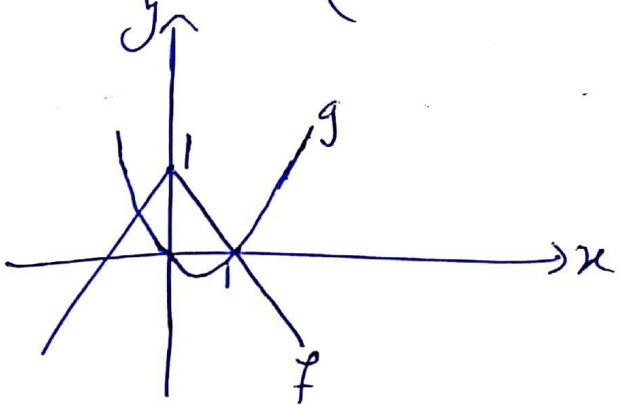
$\Rightarrow ② \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 4 - 4(-1) = 4 + 4 = 8 \rightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$

$\Rightarrow$ $x>0 \rightarrow x = 1+\sqrt{2}$ غ ق ق

$x<0 \rightarrow \boxed{x = 1-\sqrt{2}}$ ق ق

ب) روش هندسی

$\underbrace{1-|x|}_{f(x)} = \underbrace{x^2 - x}_{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -|x| + 1 \\ g(x) = x^2 - x \end{cases}$



سؤال ۶) الف) $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+1-2\sqrt{(x+1)(2x-5)} + 2x - 5 = 1$

$\Rightarrow 3x - 4 - 2\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = 1 \Rightarrow 3x - 5 = 2\sqrt{2x^2 - 3x - 5} \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$ می رسانیم

$9x^2 - 30x + 25 = 4(2x^2 - 3x - 5) \Rightarrow 9x^2 - 30x + 25 = 8x^2 - 12x - 20$

$\Rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 & \text{ق ق} \\ x = 15 & \text{غ ق ق} \end{cases}$

lms.bamdadedu.com

Scanned with CamScanner

سؤال ۶)

ب) $۲|\underbrace{x-۱}_{x=۱}| + |\underbrace{x+۲}_{x=-۲}| = ۴$

$x<-۲ \Rightarrow -۲x+۲ - x-۲ = ۴ \Rightarrow -۳x = ۴ \Rightarrow x = -\frac{۴}{۳}$ غ ق ق

$-۲\le x<۱ \Rightarrow -۲x+۲+x+۲ = ۴ \Rightarrow -x+۴ = ۴ \Rightarrow x = ۰$ ق ق

$x\ge ۱ \Rightarrow ۲x-۲+x+۲ = ۴ \Rightarrow ۳x = ۴ \Rightarrow x = \frac{۴}{۳}$ ق ق

سؤال ۸)

$\left[\sqrt[۳]{۴۱۳}\right] = ۴$

$\left[\sqrt[۳]{۳}\right]+\left[\sqrt[۳]{۴}\right]+\cdots+\left[\sqrt[۳]{۶۳}\right]$

$\Rightarrow$

$\underbrace{\left[\sqrt[۳]{۳}\right]}_{۱}+\underbrace{\left[\sqrt[۳]{۴}\right]}_{۱}+\cdots+\underbrace{\left[\sqrt[۳]{۷}\right]}_{۱}+\underbrace{\left[\sqrt[۳]{۹}\right]}_{۲}+\cdots+\underbrace{\left[\sqrt[۳]{۲۷}\right]}_{۳}+\cdots+\underbrace{\left[\sqrt[۳]{۶۳}\right]}_{۳}$

$\Rightarrow ۱+۱+۱+۱+۱+۲\times۱۹+۳(۲۷) = ۵+۳۸+۱۱۱ = ۴۳+۱۱۱ = ۱۵۴$

سؤال ۱۰)

$\begin{cases} ۲x-y-۵=۰ \xrightarrow{\times ۲} ۴x-۲y-۱۰=۰ \\ ۴x-۲y+۷=۰ \xrightarrow{\times ۱} ۴x-۲y+۷=۰ \end{cases}$

$\Rightarrow d = \text{فاصله} = \frac{|۷-(-۱۰)|}{\sqrt{۴^۲+(-۲)^۲}} = \frac{۱۷}{\sqrt{۲۰}}$

$\Rightarrow S = \pi \times \text{فاصله}^۲ = \pi \times \frac{۱۷}{\sqrt{۲۰}} = \frac{۱۷\pi}{\sqrt{۲۰}} = \frac{۱۷\times\sqrt{۲۰}\,\pi}{۲۰} = \frac{۱۷\sqrt{۲۰}}{۲۰}\pi$

سؤال ۹)

$y = \sqrt{x+۴}-۳ \longrightarrow y+۳ = \sqrt{x+۴} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} y^۲+۶y+۹ = x+۴$

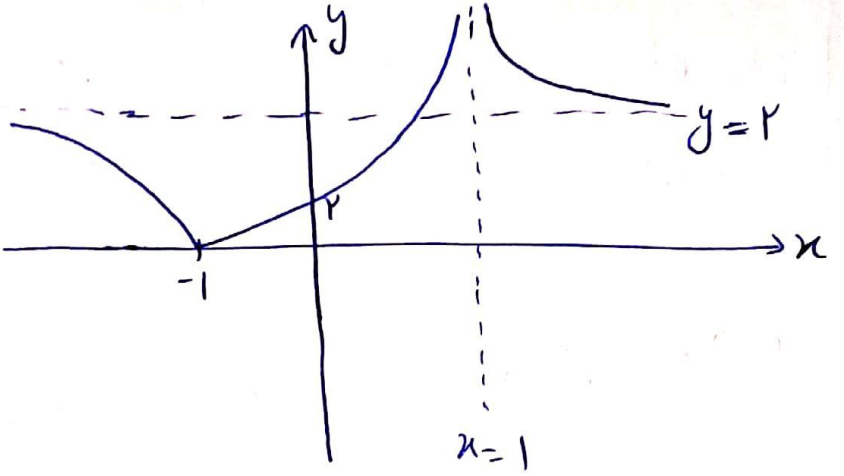
$\Rightarrow x = y^۲+۶y+۵ \Rightarrow y^{-۱} = x^۲+۶x+۵ \quad , \quad D_{y^{-۱}} = [-۳,+\infty)$

lms.bamdadedu.com

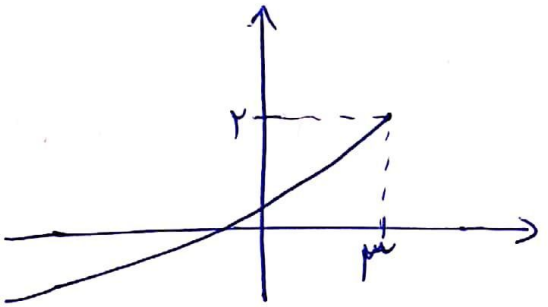
Scanned with CamScanner

سؤال ۱۰

الف) $y = \left|\frac{2x+2}{x-1}\right|$



ب) $y = -\sqrt{2-x} + 2$



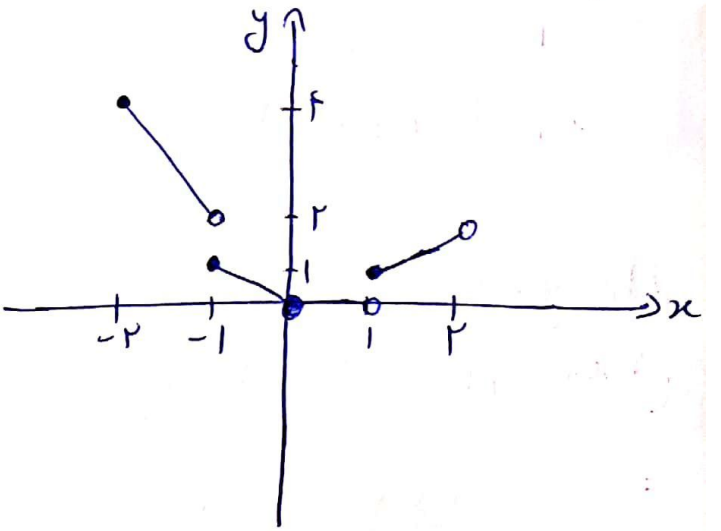
ج) $y = x[x]$ ، $[-2,2)$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = -2x$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = -x$

$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 0$

$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = x$



سؤال ۱۱

$f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ $\quad f^{-1}(4) = ?$ $\quad f^{-1}(4) = a \Rightarrow f(a) = 4$

$\Rightarrow 4 = -a + \sqrt{-2a} \Rightarrow 4 + a = \sqrt{-2a} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 16 + 8a + a^2 = -2a$

$\Rightarrow a^2 + 10a + 16 = 0 \Rightarrow (a+2)(a+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = -8 \end{cases}$

$\Rightarrow f^{-1}(4) = -2$

$f^{-1}(4) = -8$

lms.bamdadedu.com

Scanned with CamScanner

سئوال ۱۲

$f(x)=\frac{۳}{x-۲}$ ، $g(x)=\frac{ax-۶}{bx^۲+cx+d}$

$\Rightarrow f(x)=g(x) \Rightarrow \begin{cases} D_f=\mathbb{R}-\{۲\} \\ D_g=\mathbb{R}-\{۲\} \end{cases} \Rightarrow b(x-۲)^۲=bx^۲+cx+d$

$\Rightarrow b(x^۲-۴x+۴)=bx^۲+cx+d$

$\Rightarrow bx^۲-۴bx+۴b=bx^۲+cx+d$

$\Rightarrow \begin{cases} c=-۴b \\ ۴b=d \end{cases}$

$\Rightarrow R_f=R_g \Rightarrow \frac{۳}{x-۲}=\frac{ax-۶}{b(x-۲)^۲} \Rightarrow ۳b(x-۲)^۲=(ax-۶)(x-۲)$

$\xrightarrow{x\neq ۲} ۳b(x-۲)=ax-۶ \Rightarrow ۳bx-۶b=ax-۶ \Rightarrow \begin{cases} -۶b=-۶ \Rightarrow b=۱ \\ ۳b=a \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} c=-۴(۱)=-۴ \\ d=۴ \\ a=۳ \\ b=۱ \end{cases}$

lms.bamdadedu.com

Scanned with CamScanner