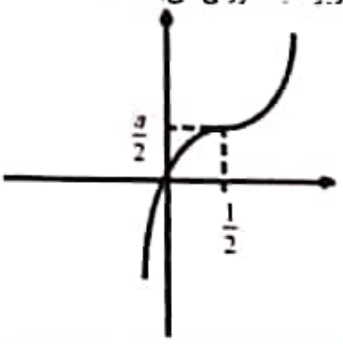
باسمه تعالی

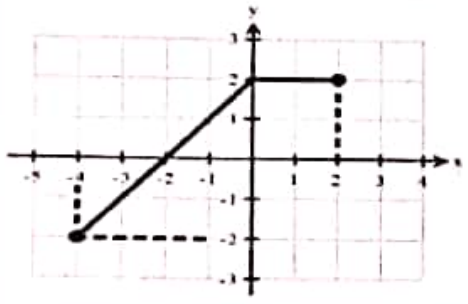
نام و نام خانوادگی: نام کلاس: پایه: نام دبیر: شماره:	دبیرستان فرزانگان رشت (دوره دوم)	نام درس: ریاضی ۳ تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه تعداد صفحه سوالات: ۳

ردیف	سوالات – صفحه ۱	بارم
الف	درستی و نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید. ۱) در بازه $(0,1)$ نمودار تابع $f(x)=x^{3}$ بالاتر از نمودار $g(x)=x^{2}$ قرار می‌گیرد. ۲) تابع $f(x)=-\tan x$ در بازه $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ اکیداً صعودی است. ۳) دوره تناوب $f(x)=\cos(\sin x)$ برابر π می‌باشد. ۴) در تابع $f(x)=x^{2}$ عبارت حد نامتناهی در بی نهایت برقرار است.	۱
ب	«گزینه درست را انتخاب کنید. (با راه حل کوتاه)» ۱) نمودار تابع $f(x)=(ax+b)(3+4x^{2})+9$ به صورت زیر است. کدام تابع زیر اکیداً نزولی می‌باشد؟  الف) $y=(b+2)x^{3}-a$ ب) $y=(a+1)x^{3}+b$ ج) $y=(3-a)x^{3}-b$ د) $y=(2-b)x^{3}+a$	۱/۲۵
	۲) اگر تابع f با ضابطه $f(x)=(a-1)x^{3}+(b+2)x+3$ در بازه $[-1,5]$ هم صعودی و هم نزولی باشد، $a-b$ کدام است؟ الف) ۱- ب) ۱ ج) ۳ د) ۳-	
	۳) اگر $f(x)=\frac{1}{3}x-5$ و $g(x)=x^{2}$، حاصل $(f\circ g)^{-1}(4)$ کدام است؟ الف) ۴ ب) ۳ ج) $\sqrt[3]{3}$ د) ۲۷	
	۴) اگر $f(x)=\cos^{2}x-\sin^{2}x$ مقدار $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ کدام است؟ الف) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ د) $-\frac{1}{2}$	
	۵) حاصل $\lim\limits_{x\to 0^{+}}\frac{x-1}{\sin x}$ کدام است؟ الف) $-\infty$ ب) صفر ج) ۱ د) $+\infty$	

«ادامه در صفحه بعد»

باسمه تعالی

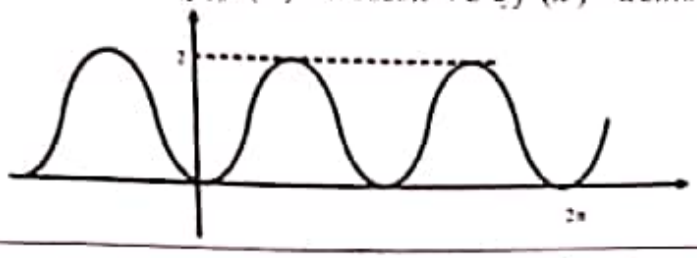
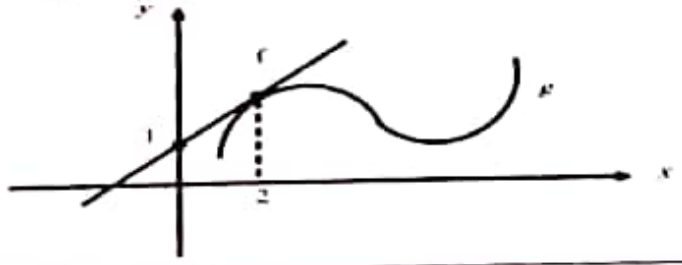
نام و نام خانوادگی: نام کلاس: پایه: نام دبیر: شماره:	دبیرستان فرزانگان رشت (دوره دوم)	نام درس: ریاضی ۳ تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه تعداد صفحه سوالات: ۳

ردیف	سوالات – صفحه ۲	نمره
پ	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.	۱/۲۵
	۱) نقطه $A(۲,-۳)$ روی نمودار تابع f قرار دارد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y=-۲f\left(\frac{۱}{۲}x\right)+۱$ برابر نقطه ..... می‌باشد.	
	۲) دامنه تابع $f(x)=۲\tan(۲x)$ برابر ..... است.	
	۳) باقیمانده تقسیم $f(x)=۲x^۲+۳x-۶$ بر $x-۲$ برابر ..... می‌شود.	
	۴) حاصل $\lim_{x\to\infty}\frac{۲x\left(x^۲-۱\right)+\frac{۳}{x^۵}}{x^۴\left(\frac{۱}{x^۳}-۱\right)}$ برابر ..... است.	
ت	*به سؤالات زیر پاسخ کامل دهید*	
۱	نمودار تابع $f(x)=x-\lvert x\rvert$ را رسم کرده و وضعیت یکنوایی آن را بررسی کنید.	۱
۲	توابع $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=\frac{x+۱}{x-۲}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه تابع $g\circ f$ را با تعریف محاسبه کنید. ب) مقدار $(f\circ g)(۳)$ را بنویسید.	۱/۵
۳	تابع $f(x)=\sqrt{x+۳}+۱$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه و برد f و $f^{-۱}$ را بنویسید. ب) ضابطه $f^{-۱}$ را محاسبه کنید. پ) نمودار f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه رسم کنید.	۱/۷۵
۴	نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت زیر رسم شده است. نمودار $g(x)=f(x-۱)+۲$ را رسم کرده و سپس دامنه و برد g را بنویسید. 	۱
۵	الف) دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x)=۳+۸\sin x\cos^۲x-۴\sin x\cos x$ را محاسبه نمایید.	۱
	ب) نسبت مثلثاتی سینوس زاویه $۲۲/۵^\circ$ را بنویسید.	۰/۵

ادامه در صفحه بعد

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی: نام کلاس: پایه: نام دبیر: شماره:	دبیرستان فرزانگان رشت (دوره دوم)	نام درس: ریاضی ۳ تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه تعداد صفحه سوالات: ۳

ردیف	سوالات – صفحه ۳	بارم
۶	برای نمودار زیر، یک تابع مثلثاتی به صورت $f(x)=a\cos bx+c$ یا $f(x)=a\sin bx+c$ بنویسید. 	۱
۷	جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 2x+\cos x+1=0$ را بنویسید.	۱/۵
۸	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^3-4x^2-4x-5}{x^2-25}=$ ب) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{2x+16}{\sqrt[3]{x}+2}=$ پ) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{[x]-2}{x-2}=$ ت) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3\sqrt{x}-\sqrt{2x+2}}{\sqrt{9x+2}+\sqrt{x}}=$	۳/۵
۹	اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+1)(x^2+1)(x^3+1)\cdots(x^n+1)}{(ax^n+1)^4}$ برابر $\frac{1}{4}$ باشد، a و n را محاسبه کنید.	۰/۷۵
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ را در نقطه‌ای به طول ۵ محاسبه کرده و سپس معادله خط مماس بر تابع f را در $x=5$ واقع بر آن بنویسید.	۱/۵
۱۱	در شکل زیر، تابع خطی f در نقطه $x=2$ بر نمودار تابع g مماس شده است. اگر $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}=4$ باشد، حاصل $f(1)+g(2)+g'(2)$ را بنویسید. 	۱/۵
	جمع نمرات	۲۰

تلاش شما قابل تقدیر است. «موفق باشید.»

سرزاگان رشت — پاسخنامه — ریاضی ۳ — ۱۲ بهمن

دوره دوم

الف) ۱) درست ۲) نادرست ۳) درست ۴) درست

هر کدام (۰/۲۵)

ب) ۱) گزینه الف $f(0) = 3b + 9 = 0 \quad b = -3$

۲) گزینه ج $a - b = +3 \quad a = 1 \; , b = -2$

۳) گزینه ب $(g^{-1} \circ f^{-1})(6) = g^{-1}(27) = 3$

۴) گزینه ج $f(x) = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos 2x$

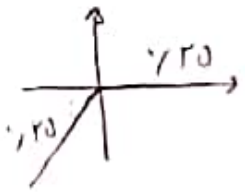
هر کدام (۰/۲۵) $\cos 2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

۵) گزینه د $\frac{-1}{0^-} = +\infty$

پ) ۱) $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ (۰/۵) ۲) $\mathbb{R} - \{x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$ (۰/۲۵)

۳) ۸ (۰/۲۵) ۴) صفر (۰/۲۵)

ت) $f(x) = x - |x| = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$

۱) 

۰/۲۵ در $\mathbb{R}$ نزولی

۰/۲۵ در $[0, +\infty)$ هم صعودی هم نزولی

۲) الف) $D_g = \mathbb{R} - \{2\} \qquad D_f = [1, +\infty)$

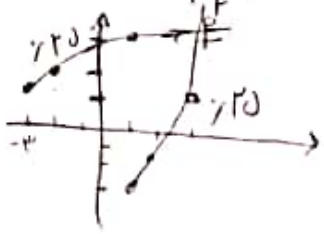
$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in [1, +\infty), \sqrt{x-1} \neq 2\} = [1, +\infty) - \{5\}$

$\sqrt{x-1} \neq 2 \Rightarrow x - 1 \neq 4 \Rightarrow x \neq 5$ (۰/۵)

ب) $f(3) = \sqrt{3}$ (۰/۲۵) $\qquad g(3) = 4$ (۰/۲۵)

۳) الف) $R_f = [1, +\infty) = D_{f^{-1}}$ (۰/۲۵) ، $D_f = [-3, +\infty) = R_{f^{-1}}$ (۰/۲۵)

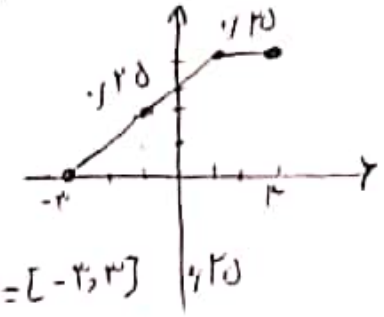
ب) $f^{-1}(x) = (x-1)^2 - 3, \; x \geq 1$ (۰/۵)

ب) 

۶)

$y = f(x) \longrightarrow y(x) = f(x-1) + 2$

$(-3,-2) \longrightarrow$	$(-2, 0)$
$(-2, 0)$	$(-1, 2)$
$(0, 2)$	$(1, 4)$
$(2, 2)$	$(3, 4)$



$D = [-3, 3]$ ۰/۵

$R = [0, 4]$ ۰/۵

۵) الف)

$f(x) = 2 + 4\sin x\cos x(2\cos^2 x - 1) =$ (۱/۵)

$2 + 2\sin 2x \cos 2x = 2 + \sin 4x$

$\max = 3$ $\min = 1$ (۱/۵) $T = \frac{\pi}{2}$ (۱/۵)

ب) $\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 22.5^\circ = \frac{1-\cos 45^\circ}{2} = \frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ (۱/۵)

۶) $F(x) = a\cos bx + c$ $\max = 2$ $\min = 0$

$a = -1$ (۰/۵) $b = 2$ (۰/۵) $c = 1$ (۰/۵) $T = \pi$ $2T = 2\pi$

$F(x) = -\cos(2x) + 1$ (۱/۵)

۸)

$2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0$ (۰/۵)

$\cos x = t \quad 2t^2 + t = 0 \quad t(2t+1) = 0$

$t = 0 \quad t = -\frac{1}{2}$

$\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}$ (۰/۵)

$\cos x = -\frac{1}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{2\pi}{3})$ (۰/۵)

$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$

۷) الف) $\lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x^2+x+11)}{(x-3)(x+3)} \overset{\frac{0}{0}}{=} \frac{31}{10} = 3.1$ (۱/۵)

ب) $\lim_{x \to -8} \frac{2x+16}{\sqrt[3]{x}+2} \times \frac{4+\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4} = \lim_{x \to -8} \frac{2(x+8)(3+3+3)}{x+8} = 24$ (۱/۵)

پ) $\begin{cases} \frac{2+(-2)}{2^2-2} = \frac{0}{0} = 0 & (۱) \\ \frac{1-2}{2^2-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \end{cases}$

ت) $\lim_{x \to +\infty} \frac{2\sqrt{x}-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{x}} = \frac{1}{4}$ (۱/۵)

ریاضی ۳ تجربی — پاسخنامه

۹)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x\,x^{2}\cdot x^{4}\cdots x^{2n}}{a^{2}x^{2n}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{1+2+\cdots+2n}}{a^{2}x^{2n}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{\frac{n(n+1)}{2}}}{a^{2}x^{2n}}=\frac{1}{4}$$

$1+2+\cdots+2n=\frac{n(n+1)}{2}$

$\frac{n(n+1)}{2}=4n \Rightarrow n=7$ (۱/۲۵)

$a^{2}=4 \Rightarrow a=\pm\sqrt{4}$ (۱/۵)

۱۰)

$$f'(3)=\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\lim_{x\to 12}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-3}\times\frac{\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+2}$$

$$=\frac{1}{4}$$ (۱)

$y-2=\frac{1}{4}(x-3) \Rightarrow y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$ (۱/۲۵)

۱۱)

$g'(2)=4$ (۱/۲۵)

$f(x)=4x+1$ (۱/۲۵)

$f(1)=5$ (۱/۲۵)

$f(2)=g(2)=9$ (۱/۲۵) (۱/۲۵)

$5+9+4=18$ (۱/۲۵)