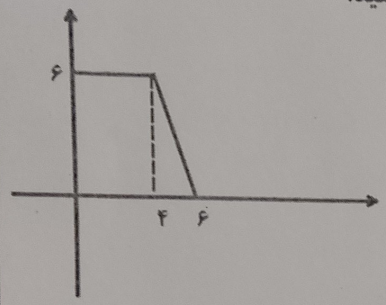
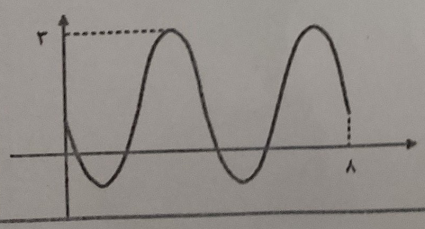
سئوالات امتحان درس :ریاضی ۳ مقطع تحصیلی : متوسطه دوره دوم پایه: دوازدهم تجربی	باسمه تعالی	نوبت اول:۱۴۰۲-۱۴۰۱ آموزشگاه : فرزانگان دبیر مربوطه : خانم مریم حیدری قرایی
نام و نام خانوادگی :	ساعت امتحان : ۷:۳۰ صبح	کلاس : ۳۰۲
تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۲۲	مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه	تعداد صفحه :۴

ردیف	سوالات صفحه اول	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.(باراه حل) الف) اگر تابع نمایی $y = a^x$ اکیداً نزولی باشد انگاه حدود a به صورت ..... است. ب) دوره تناوب تابع $y = \|sinx\|$ برابر ..... است. ج) باقی مانده چند جمله ای $f(x) = ۲x^۳ - ۳x^۲ + m$ بر $x - ۲$ برابر ۵ است مقدار m برابر .....است. د) اگر $\lim_{x \to +\infty} \frac{a x^n + ۳x^۲ + ۱}{(a-۱)x^۲ + x - ۱} = ۲$ مقدار n و a به ترتیب برابر ..... و ..... ه) اگر خط مماس بر منحنی در نقطه ای موازی محور x ها باشد آنگاه شیب خط در آن نقطه برابر ..... است.	۲/۵
۲	درستی و نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف)برای رسم تابع $y = \sqrt{-x+۱}$ به روش انتقال ابتدا $y = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y قرینه می کنیم و سپس آن را یک واحد به سمت مثبت محور xها انتقال می دهیم. ب) دامنه تابع $y = \tan\left(۲x - \frac{\pi}{۲}\right)$ برابر $x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲}$ است. ج) بازه $(۲ و -۲)$ یک همسایگی محذوف برای نقطه صفر است. د) مقدار $\lim_{x \to ۲^-} \frac{[x]-۲}{\|x-۲\|}$ برابر $+\infty$ است.	۱
۳	الف) تابع $y = f(x)$ را رسم کنید. $f(x) = \begin{cases} x^۲ - ۲x & x \geq ۰ \\ \square & \\ x & x < ۰ \end{cases}$ ب)مشخص کنید تابع در چه فاصله ای اکیدا صعودی و درچه فاصله ای اکیدا نزولی است. پ) در فاصله ای که تابع $y = f(x)$ اکیدا نزولی است وارون را بدست آورید.	۲

ادامه سوالات در صفحه دوم

lms.bamdadedu.com

۴	اگر $f(x)=\sqrt{۴-x^۲}$ و $g(x)=x+۱$ باشند الف) دامنه fog را به کمک تعریف بیابید. ب) ضابطه fog را تعیین کنید.	۲
۵	با توجه به نمودار مربوط به $y=f(x)$ نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۲}f(۲x)$ را رسم کنید.  	۰/۵
۶	اگر $g(x)=x^۳-۱$ و $f(x)=۳x+۳$ باشند حاصل $g^{-۱}of^{-۱}(-۲۴)$ را بیابید.	۰/۷۵
۷	الف) مقدار $\sin ۷/۵^\circ \times \cos ۷/۵^\circ \times \cos ۱۵^\circ$ را تعیین کنید. ب) مساحت مثلثی برابر $۳\sqrt{۲}$ و اندازه اضلاع آن به ترتیب برابر ۶ و ۲ باشدچند نوع مثلث با این خصوصیت داریم.	۰/۵ ۰/۵
۸	الف) مقدار ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب تابع $y=-\sqrt{۲}\cos ۳x-۱$ را تعیین کنید. ب) نمودار زیر قسمتی از نمودار $y=۱+a\sin b\pi x$ است مقدار b و a را تعیین کنید.  	۰/۷۵ ۰/۷۵

lms.bamdadedu.com

ادامه سوالات در صفحه سوم

صفحه سوم

۹ معادله زیر را حل کنید.و تعداد جواب های آن را در فاصله $[-\pi \text{ و } \pi]$ را تعیین کنید.

۱ $\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$

۱۰ حاصل حدود زیر را بدست آورید. ۲/۷۵

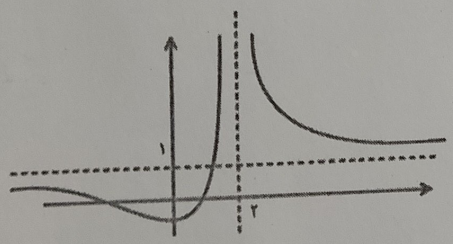
الف) $\lim_{x \to +1} \frac{1 - x^2}{x - \sqrt{3x - 2}}$

ب) $\lim_{x \to \pi^-} \frac{1}{1 + \cos x}$

ج) $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x - \sqrt{x^2 + x}}{3x - \sqrt{x + 5}}$

د) $\lim_{x \to -2} \frac{x^3 + x^2 + 4}{x^2 - 2x - 8}$

۱۱ با توجه به نمودار داده شده حاصل هر عبارت را تعیین کنید. ۰/۵



الف) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \ldots\ldots$

ب) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

۱۲ اگر $f(x) = x^3 + 2$ باشد به کمک تعریف مشتق شیب خط مماس بر منحنی در نقطه $x = 1$ واقع بر منحنی را بیابید و سپس معادله خط مماس بر منحنی را در نقطه $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید. ۱/۵

ادامه سوالات در صفحه چهارم

lms.bamdadedu.com

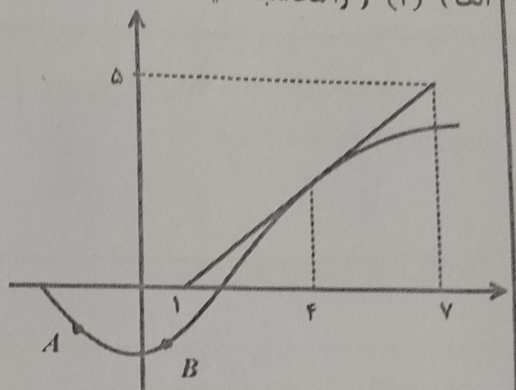
صفحه چهارم

۱۳

با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ زیر پاسخ دهید.

الف) $f'(۴)$ را محاسبه کنید. ۱

ب) درکدام نقطه مقدار تابع منفی ولی مقدار مشتق مثبت است.



۱۴

الف) ضابطهٔ تابعی به فرم $y = a\cos bx + c \quad , \quad a > 0$ را بنویسید که دوره تناوب آن $\frac{\pi}{2}$ و مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -1 باشد. ۱

ب) اگر $f(x) = \cos^۴ x - \sin^۴ x$ مقدار $f(\frac{\pi}{۱۲})$ را بیابید. ۱

اختیاری

m و n را چنان بیابید که چند جمله ای $x^۴ - ۳x^۳ + mx + n$ بر $x^۲ - ۵x + ۶$ بخش پذیر باشد. ۰/۵

حد کسر $\lim_{x \to \infty} \frac{x^{m+۳} + nx + m}{mx^{n-۲} - mx + n - ۱} =$ با شرط $n > ۳$ برابر -۲ است. $m+n$ کدام است؟ ۰/۵

ارفاقی

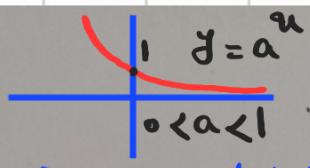
lms.bamdadedu.com

بنام خدا

پاسخ از: نرمان فتح اللهی

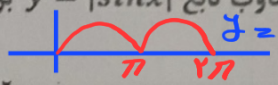
جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.(باراه حل)

الف) اگر تابع نمایی $y = a^x$ اکیداً نزولی باشد انگاه حدود a به صورت $0<a<1$ است.



ب) دوره تناوب تابع $y = |sinx|$ برابر π است.

$f(x+T) = |\sin(x+T)| = \sin x \rightarrow T = \pi$



ج) باقی مانده چند جمله ای $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + m$ بر $x-2$ برابر ۵ است مقدار m برابر ۱ است.

$f(2) = 5 \rightarrow 5 = 16 - 12 + m \rightarrow m = 1$

د) اگر $\lim_{x \to +\infty} \frac{ax^n + 3x^2 + 1}{(a-1)x^2 + x - 1} = 2$ مقدار n و a به ترتیب برابر ..... و .....

ه) اگر خط مماس بر منحنی در نقطه ای موازی محور x ها باشد آنگاه شیب خط در آن نقطه برابر صفر است.

۲/۵ ۱

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{ax^n + 3x^2 + 1}{(a-1)x^2 + x - 1} = 2 \rightarrow$$ صورت و مخرج هم درجه اند

اگر $n=2$ باشد:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(a+3)x^2}{(a-1)x^2} = \frac{a+3}{a-1} = 2 \rightarrow a+3 = 2a-2 \rightarrow a = 5$$

اگر $n<2$ باشد:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2}{(a-1)x^2} = \frac{3}{a-1} = 2 \rightarrow 3 = 2a-2 \rightarrow a = \frac{5}{2}$$

lms.bamdadedu.com

درستی و نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید.

الف)برای رسم تابع $y=\sqrt{-x+1}$ به روش انتقال ابتدا $y=\sqrt{x}$ را نسبت به محور y قرینه می کنیم و سپس آن را یک واحد به سمت مثبت محور xها انتقال می دهیم. ص

۲ ب) دامنه تابع $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$ برابر $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$ است. غ

ج) بازه $(-2,2)$ یک همسایگی محذوف برای نقطه صفر است. غ چون خود صفر جزء بازه است.

د) مقدار $\lim_{x\to 2^-}\frac{[x]-2}{|x-2|}$ برابر $+\infty$ است. غ

الف)

$$\sqrt{9x}\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به y}]{\text{محور}}\sqrt{-9x}\xrightarrow[\text{یک واحد به راست}]{}\sqrt{-(9x-1)}=\sqrt{-9x+1}$$

ب)

$$y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)\neq 0\longrightarrow 2x-\frac{\pi}{2}\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$2x\neq k\pi+\pi\longrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{2}$$

ج)

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{[x]-2}{|x-2|}=\frac{[2^-]-2}{0^+}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

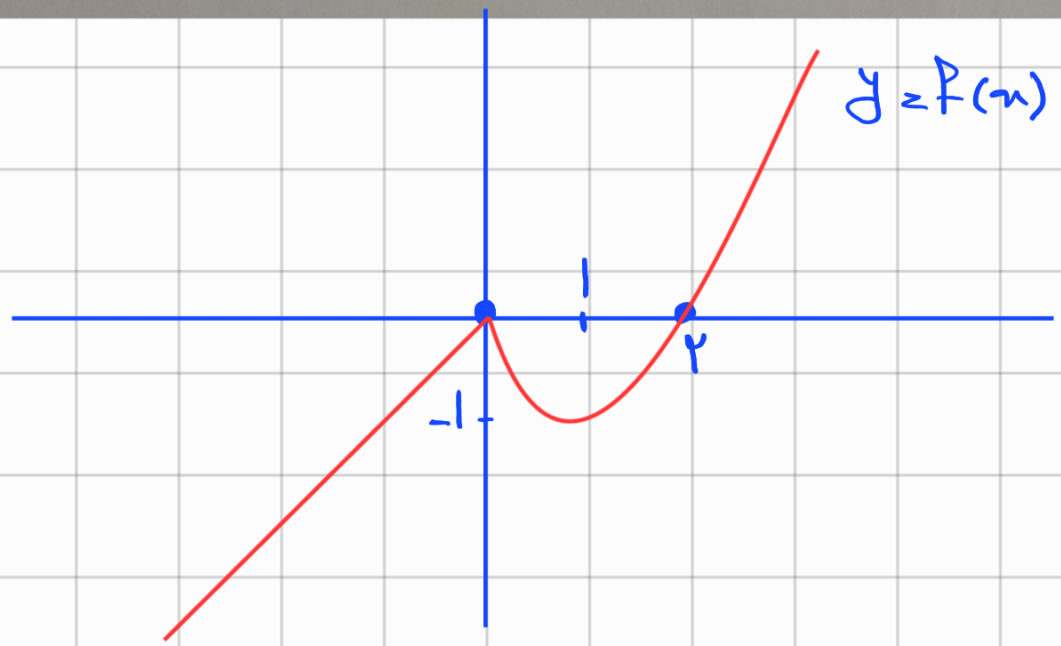
lms.bamdadedu.com

۳ الف) تابع $y = f(x)$ را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ \square & \\ x & x < 0 \end{cases}$$

ب)مشخص کنید تابع در چه فاصله ای اکیدا صعودی و در چه فاصله ای اکیدا نزولی است. ۲

پ) در فاصله ای که تابع $y = f(x)$ اکیدا نزولی است وارون را بدست آورید.



الف)

ب) اکیدا صعودی: $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

اکیدا نزولی: $[0, 1]$

پ) $y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \quad ; \quad 0 \leq x \leq 1 \rightarrow$

$-1 \leq y \leq 0 \longrightarrow D_{f^{-1}(x)} = [-1, 0]$

$y+1 = (x-1)^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} \sqrt{y+1} = |x-1|$

$\xrightarrow{0 \leq x \leq 1} \sqrt{y+1} = 1-x \rightarrow x = 1-\sqrt{y+1} \rightarrow$ جای y و x

$$f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x+1} \quad ; \quad -1 \leq x \leq 0$$

lms.bamdadedu.com

۲

اگر $f(x)=\sqrt{۴-x^۲}$ و $g(x)=x+۱$ باشند

الف) دامنه fog را به کمک تعریف بیابید.

ب) ضابطه fog را تعیین کنید.

۴

الف)

$D_f: \; ۴-x^۲ \geq ۰ \longrightarrow x^۲ \leq ۴ \longrightarrow -۲ \leq x \leq ۲$

$D_g: \mathbb{R}$

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in \underbrace{\mathbb{R}}_{A} \mid \underbrace{x+۱}_{B}\in -۲\leq x\leq ۲\}=A\cap B$$

$B: \; -۲ \leq x+۱ \leq ۲ \longrightarrow -۳ \leq x \leq ۱$

$$D_{fog}=A\cap B=\mathbb{R}\cap[-۳,۱]=[-۳,۱]$$

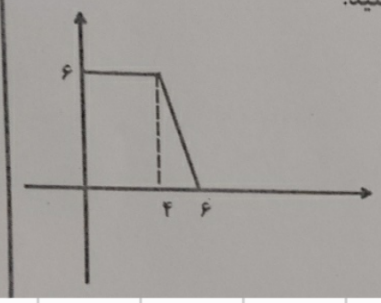
ب)

$$fog=f(g(x))=\sqrt{۴-(x+۱)^۲}$$

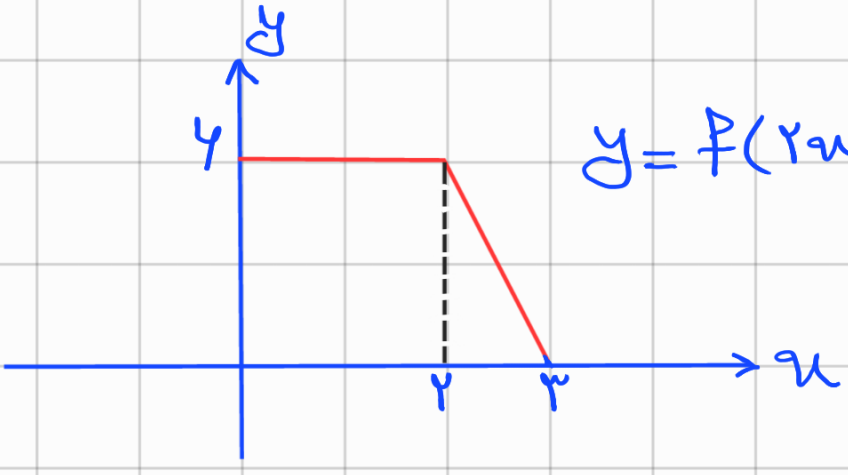
$$fog=\sqrt{-x^۲-۲x+۳}$$

lms.bamdadedu.com

۵ با توجه به نمودار مربوط به $y = f(x)$ نمودار تابع $y = -\frac{1}{2} f(2x)$ را رسم کنید. ۰/۱۵

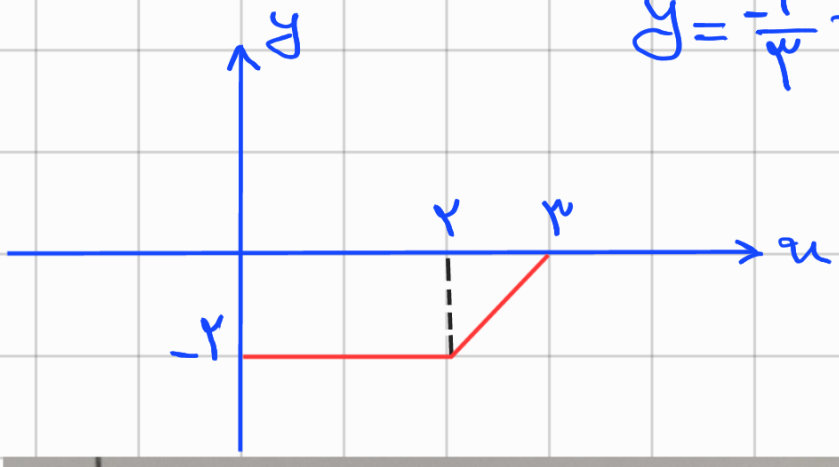


$$y = \frac{-1}{2} f(2x)$$



$$y = f(2x)$$

$$y = \frac{-1}{2} f(2x)$$



۶ اگر $g(x) = x^3 - 1$ ، $f(x) = 3x + 3$ باشند حاصل $g^{-1}of^{-1}(-24)$ را بیابید. ۰/۷۵

$$f^{-1}(-24) = a \rightarrow f(a) = -24 = 3a + 3 \rightarrow a = -9$$

$$g^{-1}\left(\underbrace{f^{-1}(-24)}_{a}\right) = g^{-1}(a) = g^{-1}(-9) = b = -2$$

$$g^{-1}(-9) = b \rightarrow g(b) = -9 = b^3 - 1 \rightarrow b = -2$$

lms.bamdadedu.com

۷	الف) مقدار $\sin ۷/۵^\circ \times \cos ۷/۵^\circ \times \cos ۱۵^\circ$ را تعیین کنید.	۰/۵
	ب) مساحت مثلثی برابر $۳\sqrt{۲}$ و اندازه اضلاع آن به ترتیب برابر ۶ و ۲ باشدچند نوع مثلث با این خصوصیت داریم.	۰/۵

الف)

$$\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{۲}\sin ۲\alpha$$

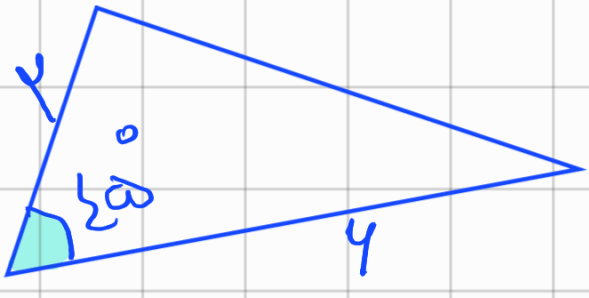
$$\sin ۷/۵^\circ \cos ۷/۵^\circ \times \cos ۱۵^\circ = \frac{1}{۲}\sin ۱۵^\circ \cos ۱۵^\circ = \frac{1}{۴}\sin ۳۰^\circ = \frac{1}{۸}$$

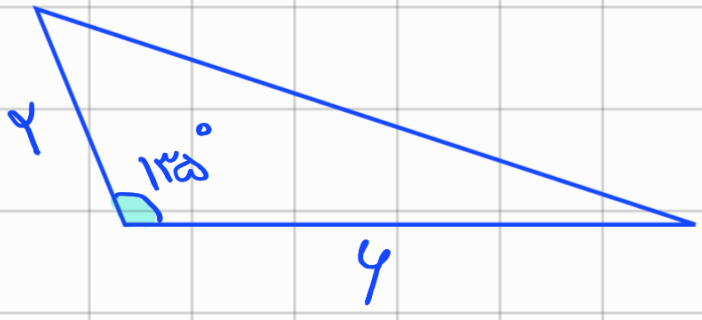
ب)

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{۲}ab\sin\theta \longrightarrow ۳\sqrt{۲} = \frac{1}{۲}(۲)(۶)\sin\theta$$

$$\longrightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \longrightarrow \theta = ۴۵^\circ ,\ ۱۳۵^\circ$$

دو مثلث با این خصوصیت داریم.

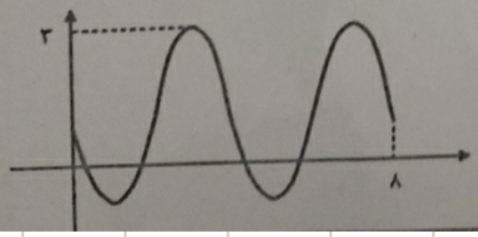




lms.bamdadedu.com

الف) مقدار ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب تابع $y = -\sqrt{2}\cos 3x - 1$ را تعیین کنید. ۰/۷۵

ب) نمودار زیر قسمتی از نمودار $y = 1 + a\sin b\pi x$ است مقدار a و b را تعیین کنید. ۰/۷۵



۸

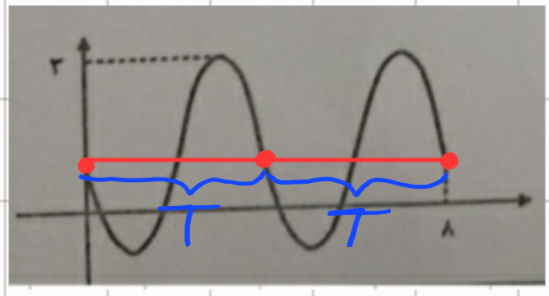
الف)

$y = -\sqrt{2}\cos 3\pi x - 1 \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|3\pi|} = \frac{2\pi}{3}$

$max = |-\sqrt{2}| - 1 = \sqrt{2} - 1$

$min = -|-\sqrt{2}| - 1 = -\sqrt{2} - 1$

ب)



$y = 1 + a\sin b\pi x$

$2T = 8 \longrightarrow T = 4 = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|}$

$|b| = \frac{1}{2}$

$max: 3 = 1 + |a| \longrightarrow |a| = 2$

شکل نوسانی $\longrightarrow ab < 0 \longrightarrow$ $a = 2$, $b = -\frac{1}{2}$ یا $a = -2$, $b = \frac{1}{2}$

lms.bamdadedu.com

۱	معادله زیر را حل کنید.و تعداد جواب های آن را در فاصله $[-\pi \ , \ \pi]$ را تعیین کنید. $\cos^2 x - 2\cos x + 2 = 0$	۹

$2\cos^2 x - 1 - 2\cos x + 2 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 2\cos x + 1 = 0$

جمع ضرایب صفر $\longleftarrow$ ریشه‌ها: 1 و $\frac{c}{a}$

$\rightarrow \cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{x \in [-\pi, \pi]} x = 0$

$\rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x \in [-\pi, \pi]} x = -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$

پس در این بازه ۳ جواب دارد.

lms.bamdadedu.com

حاصل حدود زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x\to+1} \frac{1-x^2}{x-\sqrt{3x-2}} = \frac{0}{0}$ مبهم

ب) $\lim_{x\to\pi^-} \frac{1}{1+\cos x} = \frac{1}{1+(-1)^+}$

$= \frac{1}{0^+} = +\infty$

$= \lim_{u\to 1} \frac{(1-u)(1+u)(u+\sqrt{3u-2})}{(u-\sqrt{3u-2})(u+\sqrt{3u-2})}$

$= \lim_{u\to 1} \frac{\overset{-1}{(1-u)}(1+u)(u+\sqrt{3u-2})}{u^2-3u+2=(u-1)(u-2)} = \frac{(-1)(2)(2)}{(-1)} = 4$

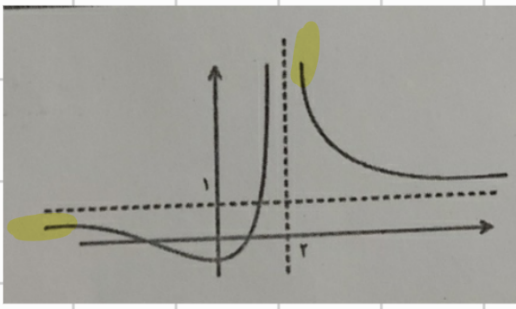
ج) $\lim_{x\to-\infty} \frac{2x-\sqrt{x^2+x}}{3x-\sqrt{x+5}} = \lim_{u\to-\infty} \frac{3u-\overbrace{|u|}^{-u}}{3u-\sqrt{u}} = \frac{3u}{3u} = 1$

د) $\lim_{x\to-2} \frac{x^3+x^2+4}{x^2-2x-8} = \frac{0}{0}$ مبهم

$= \lim_{u\to-2} \frac{(u+2)(u^2-u+2)}{(u+2)(u-4)} = \frac{4-(-2)+2}{-2-4} = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}$

lms.bamdadedu.com

۱۱ با توجه به نمودار داده شده حاصل هر عبارت را تعیین کنید.



الف) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \ldots\ldots 1$

ب) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \ldots +\infty \ldots$

۱۲ اگر $f(x) = x^2 + 2$ باشد به کمک تعریف مشتق شیب خط مماس بر منحنی در نقطه $x = 1$ و سپس معادله خط مماس بر منحنی را در نقطه $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید.

$f(1) = 1+2 = 3$

$$f'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2+2-3}{x-1}$$

(x^2-1)

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 1+1 = 2 \longrightarrow f'(1) = 2$$

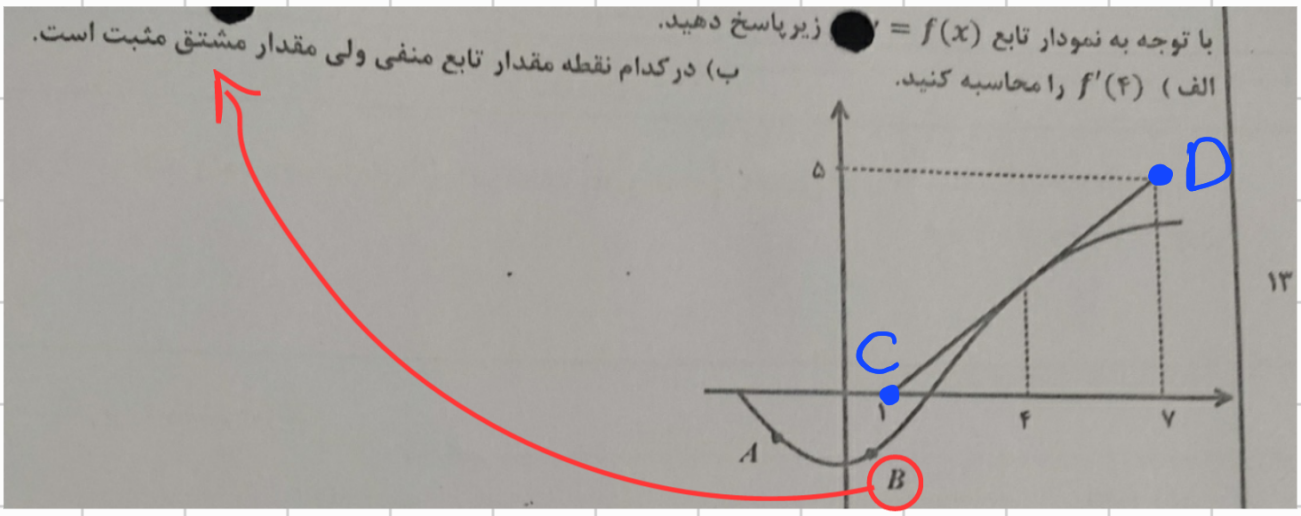
معادله خط مماس: $A(1,3)$ در

$$y-3 = f'(1)(x-1) = 2(x-1)$$

$$y = 2x+1$$

lms.bamdadedu.com

B



$C(1,0)$

$D(7,5)$

$\longrightarrow m_{CD} = \frac{5-0}{7-1} = \frac{5}{6} = f'(4)$

۱	الف) ضابطهٔ تابعی به فرم $y = a\cos bx + c$ ، $a > 0$ را بنویسید که دوره تناوب آن $\frac{\pi}{2}$ و مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن -1 باشد.

الف)

$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow |b| = 4 \longrightarrow b = \pm 4$

هردو قابل قبول

$|a| = \frac{max - min}{2} = \frac{3-(-1)}{2} = 2 \xrightarrow{a>0} a = 2$

$c = \frac{max + min}{2} = \frac{3+(-1)}{2} = 1 \longrightarrow c = 1$

$y = 2\cos 4x + 1$

ب	ب) اگر $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ مقدار $f(\frac{\pi}{12})$ را بیابید

$\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos 2x$

$f(x) = \cos 2x \longrightarrow f(\frac{\pi}{12}) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

lms.bamdadedu.com

اختیاری

m و n را چنان بیابید که چند جمله ای x^4-3x^3+mx+n بر x^2-5x+6 بخش پذیر باشد.

$$x^2-5x+6=0 \longrightarrow (x-2)(x-3)=0 \longrightarrow x=2,3$$

$$P(x)=x^4-3x^3+mx+n$$

$$P(2)=0=16-24+2m+n \longrightarrow 2m+n=8$$
$$P(3)=0=81-81+3m+n \longrightarrow 3m+n=0 \longrightarrow \begin{cases} m=-8 \\ n=24 \end{cases}$$

حد کسر $\lim_{x\to\infty}\frac{x^{m+3}+nx+m}{mx^{n-2}-mx+n-1}$ با شرط $n>3$ برابر -2 است. $m+n$ کدام است؟

$n>3 \rightarrow n-2>1 \longrightarrow mx^{n-2}$ درجه صورت

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{m+3}}{mx^{n-2}}=-2=\frac{1}{m} \longrightarrow m=\frac{-1}{2}$$

درجه صورت و مخرج هم برابر است.

$$m+3=n-2 \longrightarrow m-n=-5 \xrightarrow{m=\frac{-1}{2}} n=\frac{9}{2}$$

lms.bamdadedu.com