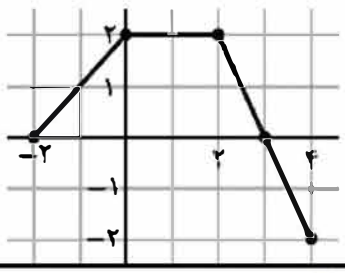
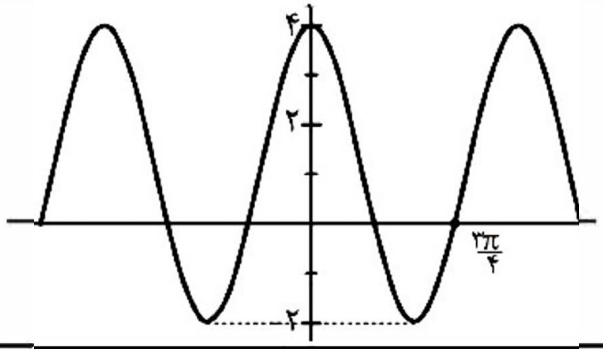
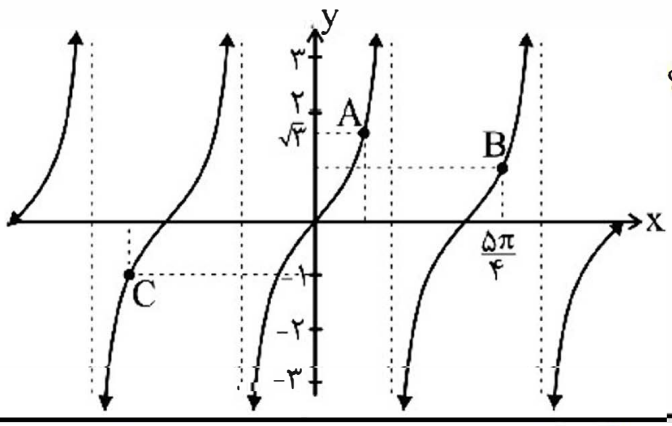
نام دبیر:	جمهوری اسلامی ایران آموزش و پرورش شهرستان آمل دبیرستان تیزهوشان شهید بهشتی نوبت اول –دی ماه۱۴۰۲	شماره صندلی :	محل مهر آموزشگاه
عنوان درس: حسابان۲		مدت آزمون: ۸۰ دقیقه	
پایه تحصیلی : دوازدهم ریاضی		تاریخ امتحان ۱۴۰۲/۱۰/ ۵	
		ساعت برگزاری ۸ صبح	
نام و نام خانوادگی دانش آموز:			

ردیف	شرح سوال	بارم
۱	**درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.** الف) تابع $f(x)=۲-(۳-x)^۳$ در دامنهٔ خود نزولی اکید است. درست ☐ نادرست ☐ ب) چندجمله‌ای $f(x)=۲x^۳-۶x^۲-۸x+۶$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر است. درست ☐ نادرست ☐ ج) اگر منحنی تابع $f(x)=\frac{mx+۲}{۳x-۵}$ ، هم صعودی و هم نزولی باشد ، درست ☐ نادرست ☐ آنگاه مقدار m برابر ..... خواهد شد. د) دورهٔ تناوب تابع $y=\cos\frac{\pi}{۳}x$ برابر ۶ است. درست ☐ نادرست ☐	۱
۲	**جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.** آ) اگر دامنه تابع $f(x)$، $[-۱,۴]$ باشد، دامنه تابع $۲f(\frac{x}{۲}+۱)-۴$ ..... است. ب) تابع $f=\{(-۳,۲),(۱,-۵),(-۱,-۲)\}$ یک تابع ..... (صعودی - نزولی) است. پ) باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ برابر عبارت ..... است. ت) دامنه تابع $y=\tan(\frac{x}{۲})$ برابر ..... است.	۱
۳	با رسم نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}۲x-x^۲ & x\le ۲\\ ۴-۳x & x>۲\end{cases}$ مشخص کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی اکید و در چه بازه‌ای نزولی اکید است؟	۱,۵
۴	نمودار تابع $y=۲f(x+۱)$ به‌صورت زیر است. تابع $y=f(x-۲)$ را رسم کنید. 	۲
۵	اگر رابطه تقسیم $x^۲-۲x+۳=(x-۱)Q(x)+۲$ برقرار باشد و $Q(x)$ خارج‌قسمت تقسیم باشد، باقی‌مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x+۱$ کدام است؟	۱,۵

kermanclass.com

۶	با توجه به نمودار زیر که مربوط به تابع $y = a\cos bx + c$ است مقادیر c,b,a را به‌دست آورید.  	۱٫۵
۷	با توجه به نمودار $y = \tan x$ مطلوبست مختصات نقاط C,B,A؟  	۱٫۵
۸	معادله مثلثاتی $۲\sin^۲ x + \cos x - ۱ = ۰$ را حل کرده و جواب عمومی آن را تعیین کنید.	۲
۹	مساحت مثلثی ۴ واحد است. اگر اندازه دو ضلع ۲ و ۸ باشد، چند مثلث می‌توان با این خاصیت ساخت؟	۱
۱۰	حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x\to\pi} \frac{\left[\sin\frac{x}{۲}-۱\right]}{۱+\cos x}$ ب) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{۴x^۲-۵x+۳}-۲x+۷}{۳x-۵}$ ج) $\lim_{x\to۲} \frac{x-۳(-۱)^{[x]}}{x-۲}$	۳
۱۱	اگر $\lim_{x\to-۲} \frac{x+۱}{ax^۲+bx+۴} = -\infty$ ، مقادیر a و b را بیابید.	۱
۱۲	نمودار تابعی را رسم کنید که تمام شرایط $\lim_{x\to+\infty} f(x) = ۳$ ، $\lim_{x\to۲} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -۲$ را هم‌زمان داشته باشد.	۱
۱۳	اگر $\lim_{x\to\infty} \frac{ax^{n-۲}+x+۲}{x^۳+x^۲-۸} = ۳$ باشد؛ حاصل $a+n$ چقدر است؟	۱
۱۴	در تابع f با ضابطه ی $f(x) = \frac{(m+۱)x+۶}{۲x-k}$ ، مقادیر m و k را چنان بیابید که ، $y = ۲$ مجانب افقی تابع f بوده و منحنی تابع محور yها را در نقطه ای به عرض ۲ قطع کند ، سپس مجانب قائم تابع f را معین کنید.	۱

پیوسته پیروز و سربلند باشید.

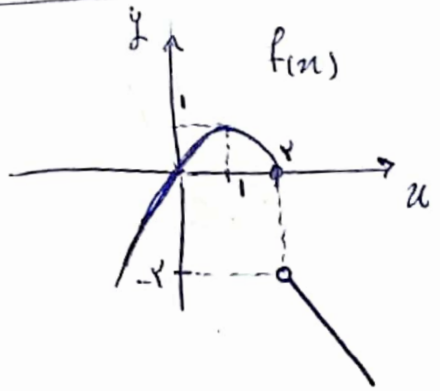
kermanclass.com

Scanned with CamScanner

① الف) نادرست ب) نادرست ج) نیاز د) درست

② آ) $[-6, -4]$ ب) نزولی ج) $f(-\frac{b}{a})$ د) $\mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}$ $(k \in \mathbb{Z})$

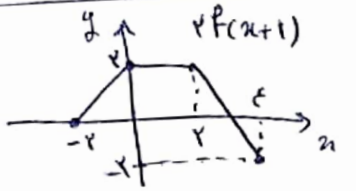
③



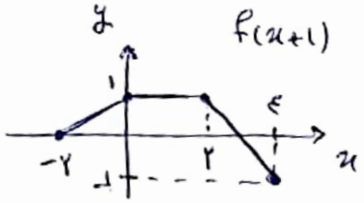
صعودی اکید $\longrightarrow$ $(-\infty, 1]$

نزولی اکید $\longrightarrow$ $[1, +\infty)$

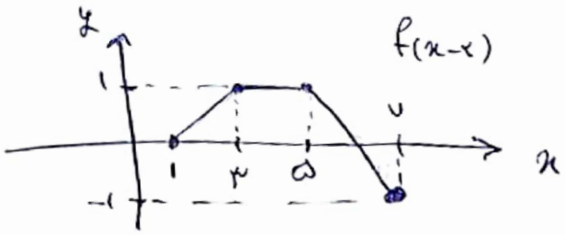
④



انقباض با ضریب $\frac{1}{2}$ در راستای y



۳ واحد به راست



⑤

$x^2 - 2x + 3 = (x-1)Q(x) + 2 \xrightarrow{x=-1} 1 + 2 + 3 = (-2)Q(-1) + 2 \Rightarrow Q(-1) = -2$

$Q(x) = (x+1)Q'(x) + 2^{\text{(*)}} \longrightarrow 2 = Q(-1) \overset{(*)}{=} -2$

⑥

$y_{max} = 4 = |a| + c$

$y_{min} = -2 = c - |a|$

$\Rightarrow c = 1 \;,\; |a| = 3 \xrightarrow[\text{روی نمودار}]{\text{نقطه } (4,0)} a = 3$

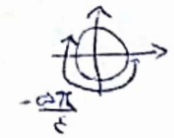
با توجه به نقطه $(\frac{3\pi}{4}, 0)$ $\longrightarrow$ $3\cos\frac{3\pi b}{4} + 1 = 0 \Rightarrow \cos\frac{3\pi b}{4} = -\frac{1}{3}$

* این معادله جواب سر راستی ندارد و احتمالاً طراح در دادن نقطه $(\frac{3\pi}{4}, 0)$ دچار خطا شده است!

kermanclass.com
Scanned with CamScanner

(۷)

$A(\frac{\pi}{۳}, \sqrt{۳}) \quad / \quad B(\frac{۵\pi}{۶}, ۱) \quad / \quad C(\frac{-۵\pi}{۶}, -۱)$



↓ طبق دایره مثلثاتی دومین جایی که tan، منفی یک می‌شود.

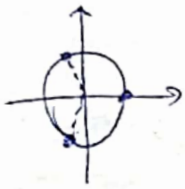
---

(۸)

$\sin^۲ x = \frac{۱-\cos x}{۲} = \sin^۲ \frac{x}{۲} \xrightarrow[\sin x = ۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}]{} ۴\sin^۲\frac{x}{۲}\cos^۲\frac{x}{۲} = \sin^۲\frac{x}{۲}$

$\rightarrow \sin\frac{x}{۲} = ۰ \rightarrow \frac{x}{۲} = k\pi \Rightarrow x = ۲k\pi$

$\rightarrow \cos\frac{x}{۲} = \pm\frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{x}{۲} = \pm\frac{\pi}{۳} + k\pi \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$



$\Rightarrow$ جواب عمومی $= \boxed{\frac{۲k\pi}{۳}}$

---

(۹)

$S = \frac{۱}{۲}ab\sin\theta \rightarrow ۴ = (\frac{۱}{۲})(۲)(۸)(\sin\theta) \rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta = ۳۰^\circ \text{ یا } ۱۵۰^\circ$



بنابراین دو مثلث با خاصیت فوق می‌توان ساخت:





---

(۱۰)

الف) $\lim_{x\to\pi} \frac{[\sin\frac{x}{۲} - ۱]}{۱+\cos x} = \lim_{x\to\pi} \frac{[۰^-]}{۱+\cos x} = \lim_{x\to\pi} \frac{-۱}{۱+\cos x} = \frac{-۱}{۰^+} = \boxed{-\infty}$

ب) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{۴x^۲ - ۵x + ۳} - ۲x + ۷}{۳x - ۵} \overset{\div -x}{=\!=} \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{۴ - \frac{۵}{x} + \frac{۳}{x^۲}} + ۲ - \frac{۷}{x}}{-۳ + \frac{۵}{x}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{۴}+۲}{-۳} = \boxed{-\frac{۴}{۳}}$

ج) $\lim_{x\to۲^+} \frac{x - ۳(-۱)^{[x]}}{x-۲} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

$\lim_{x\to۲^-} \frac{x - ۳(-۱)^{[x]}}{x-۲} = \frac{۵}{۰^-} = -\infty$

$\Rightarrow \lim_{x\to۲} \frac{x - ۳(-۱)^{[x]}}{x-۲} = \boxed{-\infty}$

kermanclass.com

Scanned with CamScanner

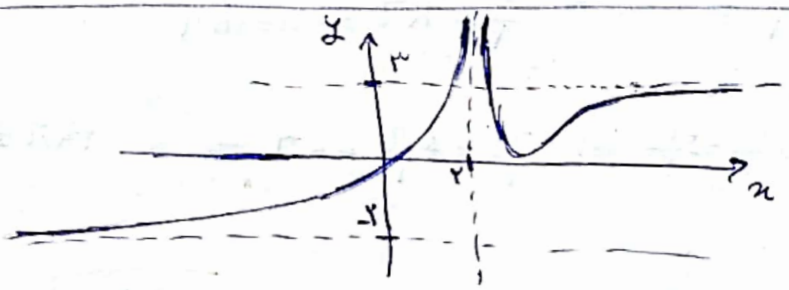
(۱۱) چون حاصل حد منفی بی نهایت شده است و صورت کسر منفی است بنابراین مخرج کسر باید اولاً ریشه مضاعف $x=-2$ داشته باشد ثانیاً $ax^2+bx+4 \geq 0$ باشد. پس:

$$ax^2+bx+4 = a(x+2)^2 = a(x^2+4x+4) = ax^2+4ax+4a \Longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} b=4a \\ 4a=4 \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} a=1 \\ b=4 \end{array}}$$

---

(۱۲)



هر نمودار دیگری که شرایط مسئله را داشته باشد مقبول است.

---

(۱۳) با توجه به اینکه حاصل حد، عددی غیر صفر شده است، پس توان صورت با مخرج برابر است. یعنی:

$$x-2=3 \Longrightarrow \boxed{x=5}$$

$$\Longrightarrow \boxed{a+n=8}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{ax^3+x+2}{x^3+x^2-5} = \lim_{x\to\infty} \frac{ax^3}{x^3} = \boxed{a=3}$$

---

(۱۴)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(m+1)x+9}{2x-k} = \lim_{x\to\infty} \frac{(m+1)x}{2x} = \frac{m+1}{2} = 2 \Longrightarrow \boxed{m=3}$$

$$(0,2): \quad f(0) = -\frac{9}{k} = 2 \Longrightarrow \boxed{k=-3}$$

$$f(x) = \frac{4x+9}{2x+3} = 2 \quad (x \neq -3/2)$$

* تابع f تابعی ثابت است و مجانب قائم ندارد.

kermanclass.com

Scanned with CamScanner