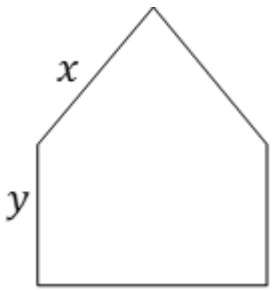
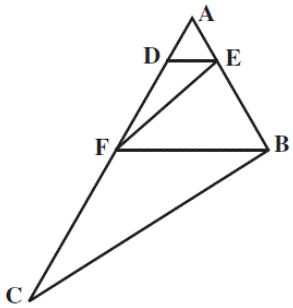
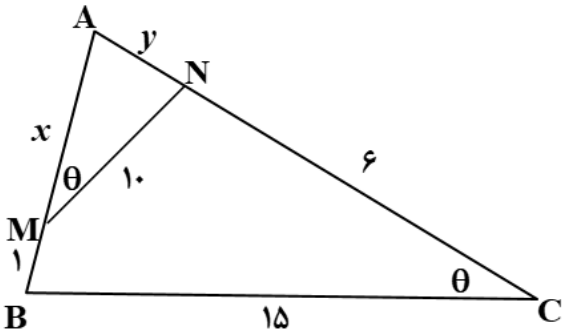
مشخصات دانش آموز	زمـــان امتحـــان		نمـــره امتحـــان	
نام :	تاریخ : ۱۴۰۱/۱۰/ ۱۰		نمره با عدد :	
نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰:۳۰	اداره استعدادهای درخشان آموزش وپرورش استان خوزستان	نمره با حروف :	مهر مدرسه
کلاس : **یازدهم تجربی**	مدت : ۱۲۰ دقیقه	«**آزمون هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان**»	نام دبیر :	
شماره :	نام درس : **ریاضی ۲**	**نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱**	امضا :	

صفحه اول

ردیف	پرسش ها	بارم
۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید. ۱) دو تابع g و f مساوی اند اگر و تنها اگر $R_f = R_g$ و $D_f = D_g$. ( ) ۲) معادله $\sqrt{x-۱} + \sqrt{۲-۲x} = ۱$ جواب ندارد .( ) ۳) مجموعه جواب معادله $[x] + [۳x] = ۰$ بازه $\left[۰ \text{ و } \frac{۱}{۳}\right)$ است . ( ) ۴) وارون هر تابع دلخواه یک تابع است . ( )	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت یا کلمه مناسب کامل کنید الف) هر نقطه از صفحه که از دو ضلع یک زاویه در آن صفحه به یک فاصله باشد روی ..... واقع است . ب) اگر نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر با $\frac{۴}{۲۵}$ باشد نسبت محیط های آنها ..... است پ) حاصل $[\sqrt{۵}] + [-\sqrt{۱۰}]$ برابر است با : ..... ت) فاصله نقطه ی $A(۱ \text{و} ۲)$ از خط $y = x + ۳$ برابر با ..... است.	۲
۳	معادلات زیر را حل کنید . الف : $[۲x]^۲ - ۳[۲x] + ۱ = ۰$ ب : $\frac{۴}{(x-۱)^۲} + \frac{۳}{x^۲-۲x+۳} = \frac{۳}{۴}$	۳
۴	اگر β و α ریشه های معادله $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ باشند . بدون حل معادله حاصل عبارتهای زیر را بیابید . الف : $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ ب : $\beta^۲ + ۳\alpha$	۱/۵
۵	دو ضلع مربعی بر دو خط به معادلات $۴x + ۲y = ۵$ و $۲x + y = ۴$ واقع اند . مساحت مربع را حساب کنید.	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲

Kermanclass.com

ردیف	صفحه ی دوم	بارم
۶	یک پنجره به شکل مستطیلی است که در بالای آن یک مثلث متساوی الاضلاع قرار دارد . اگر محیط پنجره ۶ متر باشد . طول و عر ض مستطیل را چنان تعیین کنید که پنجره ، حداکثر نور دهی را داشته باشد . 	۱/۵
۷	در مثلث ABC شکل مقابل $BC \parallel EF$ و $FB \parallel DE$ است ثابت کنید : $\frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$ 	۱/۵
۸	در شکل مقابل مقادیر y و x را حساب کنید . 	۱/۵
۹	در ذوزنقه ای اندازه قاعده ها ۴ و ۹ واحد و اندازه ساقها ۵ و ۶ واحد می باشد . محیط مثلثی که از امتداد ساق ها در بیرون ذوزنقه تشکیل می شود چقدر است ؟	۱
۱۰	ثابت کنید در هر مثلث ، پاره خطی که وسطهای دو ضلع را به هم متصل می کند با ضلع سوم موازی بوده و نصف آن است.	۱/۵
۱۱	اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{۲x-۱}{۲x^۲+mx+n-۱}$ مساوی $D_f = (-\infty .۲) \cup (۲ . +\infty)$ باشد . مقدار n و m را حساب کنید .	۱/۵
۱۲	آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{x^۳}$ و $g(x) = x\sqrt{x}$ مساوی اند ؟ چرا ؟	۱/۵
۱۳	تابع $f(x) = ax^۳ + b$ نمودار وارون خود را در نقطه $(۰ .-۱)$ قطع می کند . مقدار عددی $f^{-۱}(۷)$ را بدست آورید	۱/۵
	جمع	۲۰

Kermanclass.com

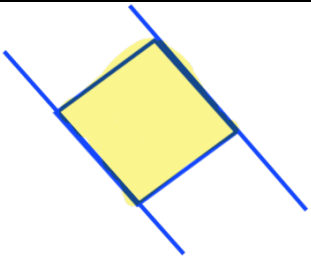
مشخصات دانش آموز	زمان امتحان		نمره امتحان	
نام :	تاریخ : ۱۴۰۱/۱۰/ ۱۰	اداره استعدادهای درخشان آموزش و پرورش استان خوزستان	نمره با عدد :	
نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰:۳۰	«آزمون هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان»	نمره با حروف :	مهر مدرسه
کلاس : یازدهم تجربی	مدت : ۱۲۰ دقیقه		نام دبیر :	
شماره :	نام درس : ریاضی ۲	نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱	امضا :	

پاسخ از : فتح الله نژاد

صفحه اول

ردیف	پرسش ها	بارم
۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید. ۱) دو تابع g و f مساوی اند اگر و تنها اگر $R_f = R_g$ و $D_f = D_g$. (غ) ۲) معادله $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-2x} = 1$ جواب ندارد . (ص) ۳) مجموعه جواب معادله $[x] + [3x] = 0$ بازه $\left(\frac{1}{3} \text{و } 0\right]$ است . (ص) ۴) وارون هر تابع دلخواه یک تابع است . (غ)	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت یا کلمه مناسب کامل کنید الف) هر نقطه از صفحه که از دو ضلع یک زاویه در آن صفحه به یک فاصله باشد روی ..... واقع است . ب) اگر نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر با $\frac{4}{25}$ باشد نسبت محیط های آنها ..... است پ) حاصل $[\sqrt{5}] + [-\sqrt{10}]$ برابر است با : ..... ت) فاصله نقطه ی $A(1,2)$ از خط $y = x + 3$ برابر با ..... است.	۲
۳	معادلات زیر را حل کنید . الف : $[2x]^2 - 3[2x] + 1 = 0$ ب : $\frac{4}{(x-1)^2} + \frac{3}{x^2-2x+3} = \frac{3}{4}$	۳
۴	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند . بدون حل معادله حاصل عبارتهای زیر را بیابید . الف : $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ ب : $\beta^2 + 3\alpha$	۱/۵
۵	دو ضلع مربعی بر دو خط به معادلات $4x + 2y = 5$ و $2x + y = 4$ واقع اند . مساحت مربع را حساب کنید.	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲



Kermanclass.com

۳	معادلات زیر را حل کنید .
	الف : $[۲x]^۲ - ۳[۲x] + ۱ = ۰$

الف) $[۲x] = t \in \mathbb{Z}$

$\rightarrow t^۲ - ۳t + ۱ = ۰ \rightarrow \Delta = ۹ - ۴ = ۵$

$t = \frac{۳ \pm \sqrt{۵}}{۲} \notin Z$

معادله فاقد جواب است. ← غ ق ق

ب : $\frac{۴}{(x-۱)^۲} + \frac{۳}{x^۲ - ۲x + ۳} = \frac{۳}{۴}$

$\frac{۴}{x^۲ - ۲x + ۱} + \frac{۳}{x^۲ - ۲x + ۱ + ۲} = \frac{۳}{۴}$

$x^۲ - ۲x + ۱ = t = (x-۱)^۲ \geq ۰ \rightarrow \frac{۴}{t} + \frac{۳}{t+۲} = \frac{۳}{۴}$

$\rightarrow ۱۴(t+۲) + ۱۲t = ۳t(t+۲) = ۳t^۲ + ۶t$

$\rightarrow ۲۸t + ۳۲ = ۳t^۲ + ۶t \rightarrow ۳t^۲ - ۲۲t - ۳۲ = ۰$

$\rightarrow \Delta = ۴۸۴ - ۴(۳)(-۳۲) = ۸۶۸ = ۴ \times ۲۱۷$

$t = \frac{۲۲ \pm \sqrt{۴ \times ۲۱۷}}{۶} = \frac{۲۲ \pm ۲\sqrt{۲۱۷}}{۶}$

$t = \frac{۱۱ \pm \sqrt{۲۱۷}}{۳} \quad t \geq ۰ \rightarrow t = \frac{۱۱ + \sqrt{۲۱۷}}{۳} = (x-۱)^۲$

$\rightarrow x - ۱ = \pm \sqrt{\frac{۱۱ + \sqrt{۲۱۷}}{۳}} \rightarrow x = ۱ \pm \sqrt{\frac{۱۱ + \sqrt{۲۱۷}}{۳}}$

۴	اگر α و β ریشه های معادله $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ باشند . بدون حل معادله حاصل عبارتهای زیر را بیابید .	۱/۵
	الف : $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ ب : $\beta^۲ + ۳\alpha$	

الف)

$S = \frac{-b}{a} = ۳ = \alpha + \beta$

$P = \frac{c}{a} = ۱ = \alpha\beta$

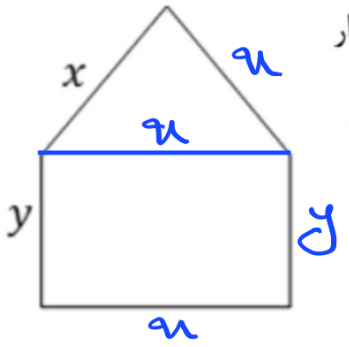
$A = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} > ۰ \rightarrow A^۲ = \alpha + \beta + ۲\sqrt{\alpha\beta} = ۳ + ۲\sqrt{۱} = ۵ \rightarrow A = \sqrt{۵}$

ب) $\beta^۲ + ۳\alpha = ?$ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ $\beta^۲ = ۳\beta - ۱$

$\beta^۲ + ۳\alpha = ۳\beta - ۱ + ۳\alpha = ۳S - ۱ = ۳(۳) - ۱ = ۸$

Kermanclass.com

۶ یک پنجره به شکل مستطیلی است که در بالای آن یک مثلث متساوی الاضلاع قرار دارد . اگر محیط پنجره ۶ متر باشد . طول و عرض مستطیل را چنان تعیین کنید که پنجره ، حداکثر نور دهی را داشته باشد .



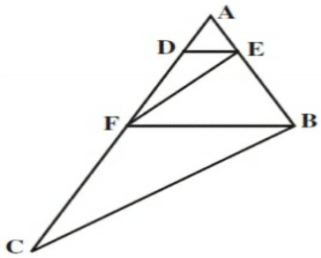
$$۴x+۲y=۶ \rightarrow x=۲-\frac{۲}{۳}y$$

$$S=xy=(۲-\frac{۲}{۳}y)y=۲y-\frac{۲}{۳}y^۲$$

$$y=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۲}{۲(-\frac{۲}{۳})}=\frac{۳}{۲} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=۱ \\ y=\frac{۳}{۲} \end{array}}$$

---

۷ در مثلث ABC شکل مقابل $EF \parallel BC$ و $DE \parallel FB$ است ثابت کنید : $\frac{AD}{DF}=\frac{AF}{FC}$

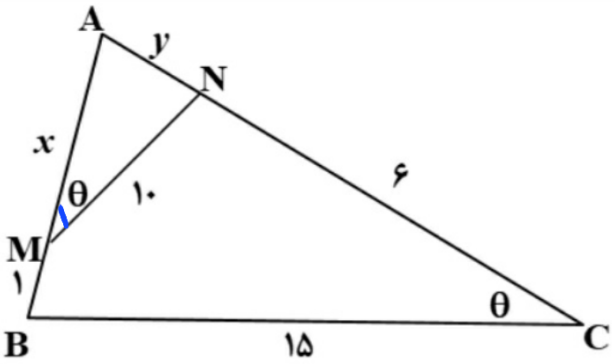


$$EF \parallel BC \rightarrow \frac{AF}{FC}=\frac{AE}{EB} \longrightarrow \frac{AD}{DF}=\frac{AF}{FC}$$

$$ED \parallel BF \rightarrow \frac{AD}{DF}=\frac{AE}{EB}$$

---

۸ در شکل مقابل مقادیر y و x را حساب کنید .



$$\begin{cases} \hat{A}=\hat{A} \\ \hat{M}_۱=\hat{C}=\theta \end{cases} \rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$\frac{۱۰}{۱۵}=\frac{y}{x+۱}=\frac{x}{y+۴} \longrightarrow \frac{y}{x+۱}=\frac{۲}{۳} \rightarrow ۳y=۲x+۲$$

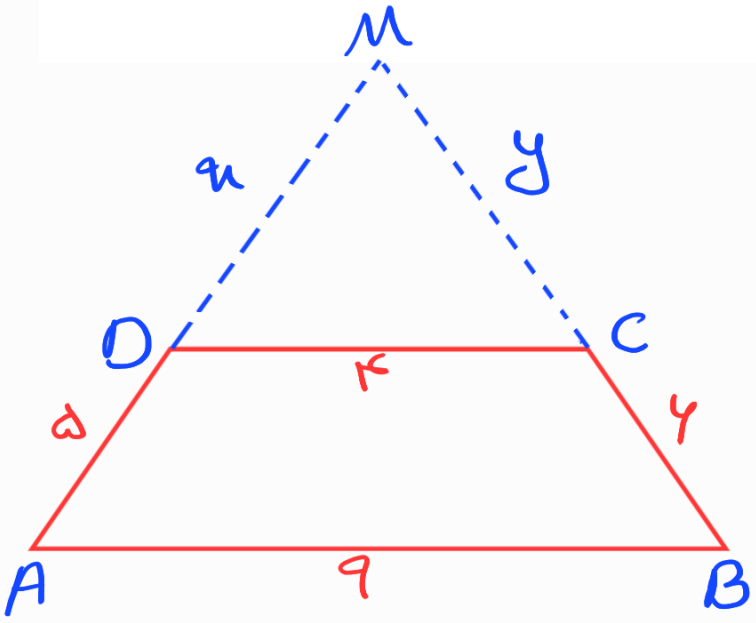
$$y=\frac{۲x+۲}{۳}$$

$$\frac{x}{y+۴}=\frac{۲}{۳} \rightarrow ۳x=۲y+۱۲ \rightarrow ۳x=۲(\frac{۲x+۲}{۳})+۱۲$$

$$۳x=\frac{۴}{۳}x+\frac{۴}{۳}+۱۲ \rightarrow \frac{۵}{۳}x=\frac{۴۰}{۳} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=۸ \\ y=۶ \end{array}}$$

Kermanclass.com

۹ در ذوزنقه ای اندازه قاعده ها ۴ و ۹ واحد و اندازه ساقها ۵ و ۶ واحد می باشد . محیط مثلثی که از امتداد ساق ها در بیرون ذوزنقه تشکیل می شود چقدر است ؟



$CD \parallel BA \rightarrow$ طبق تالس

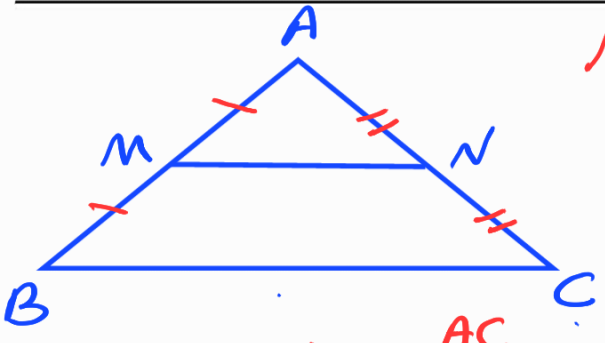
$\frac{x}{x+5} = \frac{4}{9} \rightarrow x = 4$

$\frac{y}{y+6} = \frac{4}{9} \rightarrow y = \frac{24}{5}$

محیط مثلث $MDC = x+y+4 = 4+\frac{24}{5}+4 = 12/8$

---

۱۰ ثابت کنید در هر مثلث ، پاره خطی که وسطهای دو ضلع را به هم متصل می کند با ضلع سوم موازی بوده و نصف آن است.



مثلث ABC را چنان در نظر می گیریم که M وسط ضلع AB و N وسط ضلع AC باشد.

در نتیجه داریم:

$AN = NC = \frac{AC}{2}$ ، $AM = MB = \frac{AB}{2}$

$\frac{AM}{MB} = 1$ ، $\frac{AN}{NC} = 1 \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow[\text{قضیه تالس}]{\text{طبق عکس}} MN \parallel BC$

$\frac{AM}{AB} = \frac{\frac{AB}{2}}{AB} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{AN}{AC} = \frac{\frac{1}{2}AC}{AC} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$ ①

طبق نتیجه قضیه تالس : $MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ ②

طبق رابطه ① و ② : $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \rightarrow MN = \frac{BC}{2}$

Kermanclass.com

۱۱ اگر دامنه تابع $f(x)=\frac{۲x-۱}{۲x^۲+mx+n-۱}$ مساوی $D_f=(-\infty,۲)\cup(۲,+\infty)$ باشد . مقدار n و m را حساب کنید .

باقحص به دامنه $x=۲$ ریشهٔ مضاعف مخرج است .

$$\text{مخرج}=۲(x-۲)^۲=۲x^۲-۸x+۸=۲x^۲+mx+n-۱$$

$$m=-۸$$

$$n-۱=۸ \longrightarrow n=۹$$

---

۱۲ آیا دو تابع $f(x)=\sqrt{x^۳}$ و $g(x)=x\sqrt{x}$ مساوی اند ؟ چرا ؟

خیر مساوی اند .

$$f(x)=\sqrt{x^۳} \longrightarrow D_f: x^۳\geq ۰ \longrightarrow x\geq ۰$$

$$g(x)=x\sqrt{x} \longrightarrow D_g: x\geq ۰$$

$$\Big\} \; D_f=D_g$$

$$f(x)=\sqrt{x^۳}=\sqrt{x^۲\times x}=|x|\sqrt{x} \overset{x\geq ۰}{=} x\sqrt{x}=g(x)$$

پس دو تابع f و g مساوی اند .

---

۱۳ تابع $f(x)=ax^۳+b$ نمودار وارون خود را در نقطه $(-۱,۰)$ قطع می کند . مقدار عددی $f^{-۱}(۷)$ را بدست آورید

$$f(-۱)=-a+b=۰ \longrightarrow a=b$$

$$f(x)=ax^۳+b \longrightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{\frac{x-b}{a}}$$

$$\longrightarrow ax^۳+b=\sqrt[۳]{\frac{x-b}{a}} \longrightarrow x=-۱ \longrightarrow -a+b=\sqrt[۳]{\frac{-۱-b}{a}}$$

ریشهٔ این معادله است .

$$\xrightarrow{a=b} ۰=\sqrt[۳]{\frac{-۱-b}{a}} \longrightarrow -۱-b=۰ \longrightarrow b=-۱=a$$

$$f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{\frac{x+۱}{-۱}}=\sqrt[۳]{-x-۱} \longrightarrow f^{-۱}(۷)=\sqrt[۳]{-۸}=-۲$$

Kermanclass.com