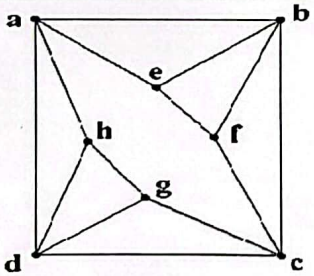
باسمه تعالی

سوال امتحان راه نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد سوال: ۱۸	تعداد صفحه: ۲
نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران	معاونت آموزش متوسطه استان مازندران http://motvasete-mazand.medu.ir

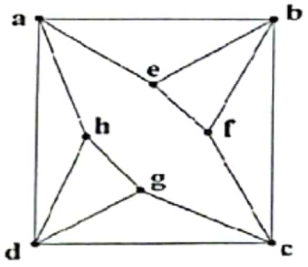
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر n برابر حاصل‌ضرب دو عدد زوج متوالی باشد آنگاه $n+1$ مربع کامل است. د☐ ن☐ ب) اگر $n>1$ عددی طبیعی باشد آنگاه 2^n-1 عددی اول است. د☐ ن☐ ج) عدد احاطه گری گراف کامل ۵ رأسی برابر ۵ است. د☐ ن☐ د) ۷ نفر به ۲۱۰ طریق می‌توانند در دو اتاق ۲ نفره و یک اتاق ۳ نفره قرار بگیرند. د☐ ن☐	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) در یک گراف از مرتبه ۸ اگر درجه راسی برابر ۵ باشد آن‌گاه درجه این راس در گراف مکمل ..... است. ب) با اضافه کردن ..... یال به گراف ۴-منتظم مرتبه ۸، گراف کامل می‌شود. ج) برای این‌که حداقل ۳ عدد طبیعی بر ۵ باقی‌مانده یکسانی داشته باشند باید حداقل ..... عدد طبیعی متفاوت داشته باشیم. د) با ارقام ۲ و۲ و ۵ و ۵ و ۵ می‌توان ..... عدد ۵ رقمی نوشت.	۱
۳	در سوالات چهار گزینه‌ای زیر گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید. الف) هرگاه سال نو با روز سه شنبه آغاز شود در این سال ۲۲ بهمن چه روزی است؟ ۱) شنبه ۲) یکشنبه ۳) دوشنبه ۴) پنج‌شنبه ب) با رقم های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت که رقم ۴ حداقل یک بار به‌کار رفته باشد؟ ۱) ۳۲۰ ۲) ۳۴۵ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۶۹	۱
۴	فرض کنید a و b عددهایی حقیقی باشند ثابت کنید: $2(a^2+b^2) \geq (a+b)^2$	۰/۷۵
۵	اگر p عددی اول باشد و $a \in z$ و $p \nmid a$ ثابت کنید: $(p \text{ و } a) = 1$	۰/۷۵
۶	رقم یکان عدد $(5 \times 3^{22}) + (9 \times 7^{15})$ را بدست آورید.	۱
۷	به ازای چند مقدار a عدد چهاررقمی $\overline{335a}$ بر ۴ بخش‌پذیر است؟	۱
۸	گراف مقابل را در نظر بگیرید. الف) مرتبه، اندازه گراف را مشخص کنید. ب) رأس f با کدام رئوس مجاور است. ج) $N_G(a)$ و $N_G[c]$ را بنویسید. چ) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ح) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید. خ) عدد احاطه گری این گراف را بیابید. 	۲/۵

۹	معادله همنهشتی $۹a^{۲} \equiv ۳۶ - ۳a \pmod{۴۰}$ را حل کنید.	۱
۱۰	گراف $C_۹$ را ترسیم کرده و عدد احاطه گری و یک ۷-مجموعه بنویسید.	۱/۵
۱۱	آیا می‌توان هر مجموعه احاطه‌گر دلخواه غیر مینیمال را با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال تبدیل کرد؟ استدلال کنید.	۱
۱۲	به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. الف) یک گراف ۹ رأسی که ۷- مجموعه آن به اندازه یک باشد رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که ۷- مجموعه آن به اندازه دو باشد رسم کنید.	۱
۱۳	معادله $x_۱ + ۳x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۱۱$ با شرط $(x_i \geq ۱ : i = ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴)$ چند جواب دارد؟	۱/۲۵
۱۴	چهار گروه نوازنده موسیقی‌های سنتی قرار است در چهار روز متوالی (شنبه تا چهارشنبه) در چهار شهر مختلف برنامه اجرا کنند. یک برنامه زمانی ارائه کنید به طوری‌که هر گروه در هر مکان و در هرروز دقیقاً یک بار برنامه اجرا کنند.	۰/۷۵
۱۵	شکل زیر را با پر کردن خانه‌های خالی به مربع لاتین تبدیل کنید. ۱ ۲ ۲ ۳	۰/۵
۱۶	چند عضو از مجموعه $A = \{n \epsilon \mathbb{N} \mid ۱ \leq n \leq ۴۲۰۰\}$ نه بر ۷ بخش‌پذیر است و نه بر ۳.	۱/۵
۱۷	به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آنکه هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟(به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم)	۱
۱۸	۵ نقطه داخل مربعی به ضلع ۴ سانتی قرار دارند، با استفاده از اصل لانه‌کبوتری ثابت کنید حداقل فاصله‌ی ۲ نقطه از این ۵ نقطه کمتر از $۲\sqrt{۲}$ است.	۱/۵
	موفق و سربلند باشید. جمع نمره	۲۰

باسمه تعالی

سوال امتحان راه نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد سوال: ۱۸	تعداد صفحه: ۲
نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران		معاونت آموزش متوسطه استان مازندران http://motvasete-mazand.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر n برابر حاصل‌ضرب دو عدد زوج متوالی باشد آنگاه $n+1$ مربع کامل است. ☑د ☐ن ب) اگر $n > 1$ عددی طبیعی باشد آنگاه $2^n - 1$ عددی اول است. ☐د ☒ن ج) عدد احاطه گری گراف کامل ۵ رأسی برابر ۵ است. ☑د ☐ن د) ۷ نفر به ۲۱۰ طریق می‌توانند در دو اتاق ۲ نفره و یک اتاق ۳ نفره قرار بگیرند. ☑د ☐ن	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) در یک گراف از مرتبه ۸ اگر درجه راسی برابر ۵ باشد آن‌گاه درجه این راس در گراف مکمل ...۲... است. ب) با اضافه کردن ...۱۲... یال به گراف ۴-منتظم مرتبه ۸، گراف کامل می‌شود. ج) برای این‌که حداقل ۳ عدد طبیعی بر ۵ باقی‌مانده یکسانی داشته باشند باید حداقل ..... عدد طبیعی متفاوت داشته باشیم. د) با ارقام ۲ و۲ و ۵ و ۵ و ۵ می‌توان ...۱۰... عدد ۵ رقمی نوشت.	۱
۳	در سوالات چهار گزینه‌ای زیر گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید. الف) هرگاه سال نو با روز سه شنبه آغاز شود در این سال ۲۲ بهمن چه روزی است؟ ۱) شنبه ۲) یکشنبه ۳) دوشنبه ۴) پنج‌شنبه ب) با رقم های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت که رقم ۴ حداقل یک بار به‌کار رفته باشد؟ ۱) ۳۲۰ ۲) ۳۴۵ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۶۹	۱
۴	فرض کنید a و b عددهایی حقیقی باشند ثابت کنید: $2(a^2+b^2) \geq (a+b)^2$	۰/۷۵
۵	اگر p عددی اول باشد و $a \in z$ و $p \nmid a$ ثابت کنید: $(p, a) = 1$	۰/۷۵
۶	رقم یکان عدد $(5 \times 3^{22}) + (9 \times 7^{15})$ را بدست آورید.	۱
۷	به ازای چند مقدار a عدد چهاررقمی $\overline{335a}$ بر ۴ بخش‌پذیر است؟	۱
۸	گراف مقابل را در نظر بگیرید. الف) مرتبه، اندازه گراف را مشخص کنید. ب) رأس f با کدام رئوس مجاور است. ج) $N_G(a)$ و $N_G[c]$ را بنویسید. چ) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ح) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید. خ) عدد احاطه گری این گراف را بیابید.	۲/۵



$p=8 \quad q=16$

c, b, e

$N_G(a) = \{b, e, h, d\}$

$N_G[c] = \{c, d, g, F, b\}$

$\{e, h, F, g\}$

$\{a, c\}$

صفحه

$\left\lceil \frac{8}{4+1} \right\rceil \leq \gamma \quad \gamma \geq 2$

$\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \leq \gamma$

Scanned with CamScanner

$2(a^2+b^2) \geq (a+b)^2$

$2a^2+2b^2 \geq a^2+b^2+2ab$

$a^2+b^2 \geq 2ab \rightarrow a^2+b^2-2ab \geq 0 \rightarrow (a-b)^2 \geq 0$ بدیهی است

---

۵)

p عدد اول

$p \nmid a \rightarrow (p,a)=1$

$(p,a)=d \rightarrow d \mid p$ اول $p \rightarrow d=1$ یا $d=p$: داریم $\leftarrow (p,a)=d$ فرض می‌کنیم

$(p,a)=d \rightarrow d \mid a$

$d=p$ اگر $\rightarrow p \mid p$ و $p \mid a$ که با فرض تناقض دارد $\rightarrow d=1 \rightarrow (p,a)=1$

---

۶) $2 \overset{10}{\equiv} 5+7 \overset{?}{\equiv} (5\times 3^{22})+(9\times 7^{15})$ جواب

$3^{22} \overset{10}{\equiv} -1$ زوج) $5\times$

$5 \overset{10}{\equiv} 5\times 3^{22} \overset{10}{\equiv} -5$

$7^{15} \overset{10}{\equiv} -7$ فرد) $9\times$

$9\times 7^{15} \overset{10}{\equiv} 9\times 7 \overset{10}{\equiv} 3$

$7^2 \overset{10}{\equiv} -1$

$7^{14} \overset{10}{\equiv} 1$ زوج) $7\times$

$7^{15} \overset{10}{\equiv} -7$

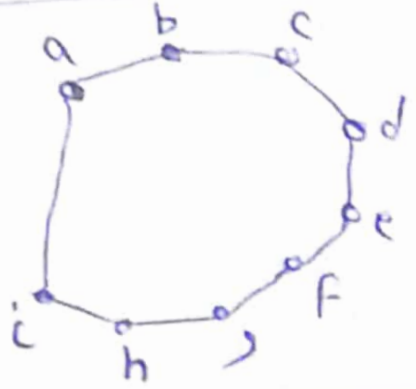
$-5+3 \overset{10}{\equiv} -2 \overset{10}{\equiv} 8$

Scanned with CamScanner

۹) $9a \overset{20}{\equiv} 36 - 3a \xrightarrow{+3a} 12a \overset{20}{\equiv} 36 \xrightarrow{(12,20)=4} \frac{12a}{12} \overset{\frac{20}{4}}{\equiv} \frac{36}{12}$

$a \overset{5}{\equiv} 3 \longrightarrow \boxed{a = 5k+3}$

۱۰)



$\left\{\frac{n}{5+1}\right\} = \left\{\frac{9}{2+1}\right\} = 3$

$\gamma = \{a, d, g\}$

۱۱) بله، اگر $A = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$ یک مجموعه احاطه‌گر باشد، عضوی مانند γ_i را در نظر می‌گیریم. اگر با حذف

آن، هنوز مجموعه احاطه‌گر باقی بماند، آن را حذف می‌کنیم. در غیر این صورت آن را نگه داشته و همین کار را برای رأس بعدی انجام

می‌دهیم. با توجه به تعریف مینیمال بودن مجموعه، حداقل یک عضو نمی‌توان حذف کرد، هنوز مجموعه احاطه‌گر

خواهد ماند.

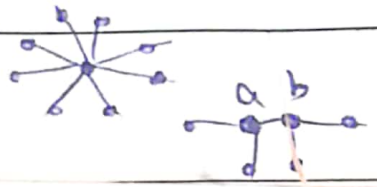
Scanned with CamScanner

استدلال کنید.

۱۲ به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

الف) یک گراف ۹ رأسی که ۷- مجموعه آن به اندازه یک باشد رسم کنید.

ب) یک گراف ۶ رأسی که ۷- مجموعه آن به اندازه دو باشد رسم کنید.



۱۳)

حالت اول: $x_2 = 1 \rightarrow x_1 + 3 + x_3 + x_4 = 11 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 8$

$$\binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2! \times 5!} = 21$$

حالت دوم: $x_2 = 2 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 + 4 = 11 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 5$

$$\binom{5-1}{3-1} = \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 6$$

حالت سوم: $x_2 = 3 \rightarrow x_1 + 6 + x_3 + x_4 = 11 \rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 2$ غ ق ق

تعداد کل جواب‌ها $= 21 + 6 = \boxed{27}$ جواب

Scanned with CamScanner